

ANALES  
DE LA  
REAL ACADEMIA DE DOCTORES  
DE ESPAÑA



---

Volumen 7 • Número 2

Octubre 2003

---

Domicilio Corporativo: San Bernardo, 49 • 28015 Madrid

# ANALES DE LA REAL ACADEMIA DE DOCTORES DE ESPAÑA

Publicado por la Real Academia de Doctores de España

Doctor Alberto Ballarín Marcial  
*Presidente de la Real Academia de Doctores de España*

## Comisión de redacción

Doctora Blanca Castilla de Cortázar  
*Directora*

Doctor Luis Vázquez Fernández  
*Sección Teología*

Doctor Luis Prados de la Plaza  
*Sección Humanidades*

Doctor Luis Tapias Salinas  
*Sección Derecho*

Doctor Carlos Barajas del Rosal  
*Sección Medicina*

Doctor Benjamín Fernández Ruiz  
*Sección Ciencias Experimentales*

Doctor José Antonio Candela Candela  
*Sección Farmacia*

Doctor Marcial Jesús López Moreno  
*Sección Ciencias Políticas y de la Economía*

Doctor Carlos Barros Santos  
*Sección Veterinaria*

Portada:  
Theatrum Sanitatis. Detalle

Depósito legal: M. 11.690-1997  
ISSN: 1138-2414

Imprime: REALIGRAF, S.A.  
Pedro Tezano, 26  
28039 Madrid

## INDICE

Págs.

### Humanidades

- Lo femenino y lo masculino: principios de la identidad personal (lo biológico y lo cultural). *Blanca Castilla de Cortázar* ..... 143
- Proceso evolutivo arquitectónico desde la Iglesia Abacial Románica hasta la gran catedral gótica. *Juan Gómez y González de la Buelga* ..... 151
- Un médico muy especial. La sabiduría curativa del beato Míguez, fundador de las Calasancias. *Carmen Guirado* ..... 167
- El teniente general D. Félix Colón (1752-1820), retratado por Francisco de Goya, protector de la antigua escuela de veterinaria de Madrid en 1799. Aportaciones a su biografía. *José Manuel Pérez García* ..... 173

### Ciencias jurídicas y sociales

- Naturaleza y sentido de la publicidad registral y del derecho a la intimidad. *Jesús López Medel* ..... 183
- Preferencias y orden combinatorio. *José Villacís González* ..... 191

### Ciencias de la vida y de la salud

- Implicaciones fisiopatológicas y clínicas de la andropausia o síndrome de deficiencia androgénica en el varón anciano. *Juan José Díez* ..... 209
- Cystoid macular oedema. Etiology. Diagnosis. Evolution and Treatment. *Carlos Dante Heredia* ..... 221

**Ciencias experimentales y tecnológicas**

- Modelo para el estudio del crecimiento del género *Arthrimum* sobre un substrato sólido. *Angeles Calvo Torras* ..... 251
- Una revisión de las variables aleatorias continuas truncadas en las ciencias experimentales. *Fco. Javier Díaz-Llanos* ..... 259

## **LO FEMENINO Y LO MASCULINO: PRINCIPIOS DE LA IDENTIDAD PERSONAL LO BIOLÓGICO Y LO CULTURAL**

BLANCA CASTILLA DE CORTÁZAR

La pregunta por el ser humano, que a partir del s. XIX se ha colocado, con el llamado giro antropológico, en el centro de la filosofía, acoge hoy dimensiones muy concretas, pues se desea saber no solamente qué es el ser humano en general, sino el hombre concreto, en su singularidad irrepetible. Pues bien, esta singularidad acoge el cuerpo, y acoge el sexo, el ser varón o ser mujer. Se reclama hoy una filosofía de cuerpo. Y también una filosofía de sexo. Desde muchas ciencias y por diversas cuestiones sociales, se abre hoy la pregunta acerca de la sexualidad, una característica que aparece ya en el mundo animal, pero que cobra unos matices muy peculiares en torno al ser humano.

Antes de continuar es preciso decir que hasta hoy hay poca filosofía en torno al cuerpo y menos en torno a la sexualidad. Y, sin embargo, hay muchas cuestiones que dependen de su estudio: el tema de la homosexualidad, presente en la sociedad; la estructura del amor y de la familia; la peculiar aportación de cada sexo a la cultura y al mundo de trabajo. Y dentro de los temas teológicos está la conceptualización de la imagen de Dios en el ser humano, el tema del sacerdocio de la mujer, etc.

Durante los últimos años me he dedicado a pensar y a escribir sobre la feminidad y la masculinidad. Para hacerlo es preciso profundizar en diversas categorías como la igualdad y la diferencia, la reciprocidad. También sobre la persona y la comunicación. Al hacerlo he encontrado dos categorías alrededor de las cuales giran las demás: complementariedad y modalización. Sobre ellas he escrito dos libros. Uno trata sobre «La Complementariedad varón-mujer. Nuevas hipótesis»<sup>1</sup>. El otro lo he titulado «Persona femenina, persona masculina»<sup>2</sup>, pues la modalización configura, a mi entender, dos tipos de persona. Veamos algunas de las tesis más importantes de estos dos escritos.

---

<sup>1</sup> Ed. Rialp, 2ª, Madrid 1996.

<sup>2</sup> Ed. Rialp, Madrid 1996.

## 1. PERSONA Y CULTURA. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS

Sin embargo, los organizadores de este encuentro me propusieron el tema empezando desde más lejos. Me dijeron que hablara de persona y cultura.

¿Qué es ser persona? Santo Tomás la definía como «subsistente espiritual»<sup>3</sup>. Ser persona, desde el punto de vista filosófico, consiste, a diferencia de las demás realidades del cosmos, en tener el propio acto de ser en propiedad. Por eso se ha podido describir a la persona como «alguien delante de Dios y para siempre»<sup>4</sup>. La persona está constituida por un núcleo interior del cual nacen sus acciones, del cual ella es propietaria, y nadie más (excepto Dios) tiene derecho de propiedad sobre ella. La persona es dueña de sí, tiene derecho a la autodeterminación, y nadie puede poseerla a menos que se entregue. Ahí radica su dignidad. Una característica de ese ser personal es que es inteligente y que es libre. Llamado a conocer la verdad y a que la verdad sea la guía de la libertad.

Cultura: viene de cultivar: «conjunto de modos de vida y costumbres, conocimientos y grado de desarrollo artístico, científico, industrial, en una época o grupo social»<sup>5</sup>.

El ser humano al ser dueño de su ser no está enclausurado, determinado, sino que se autodetermina, y cubre sus necesidades y desarrolla sus capacidades de distintos modos. El conjunto de todos esos desarrollos es una determinada cultura. ¿Qué es natural en el hombre y qué es cultural? Las dos cosas se dan a la vez.

En este sentido Zubiri, un gran filósofo español distinguía en la persona entre: Personidad: aquellas estructuras que el hombre ha recibido, y la personalidad, que viene a ser la modulación de la persona en el tiempo, con la libertad y los condicionamientos exteriores que encuentre.

## 2. SEXO, GÉNERO Y PERSONA

Hace falta seguir definiendo términos. Por ejemplo, sexo. ¿Qué es la sexualidad? Para empezar quiero recoger la distinción lingüística, posible en el castellano, que hace Julián Marías: la diferencia entre los adjetivos «sexual» y «sexuado». Con palabras de Marías: «La actividad sexual es una limitada provincia de nuestra vida, muy importante pero limitada, que no comienza con nuestro nacimiento y suele terminar antes de nuestra muerte, fundada en la condición sexuada de la vida humana en general, que afecta a la integridad de ella, en todo tiempo y en todas sus dimensiones»<sup>6</sup>.

La sexualidad, por tanto, entendida como condición sexuada, no se reduce simplemente a una actividad concreta que requiere unos órganos específicos, sino que abarca

---

<sup>3</sup> **TOMÁS DE AQUINO**, *De Pot.*, 9, a.4, c: Persona es un subsistente distinto de naturaleza espiritual.

<sup>4</sup> **CARDONA, Carlos**, *Metafísica del bien y del mal*, Eunsa, Pamplona 1987, p. 90.

<sup>5</sup> Descripción n. 4 del Diccionario de la lengua española de la Real Academia.

<sup>6</sup> **MARIÁS, Julián**, *Antropología metafísica*, ed. Rev. de Occidente, Madrid 1970, p. 160.

toda la modalización que hace que el varón y la mujer sean iguales y distintos en todas las facetas de su ser, desde el tono de voz hasta la manera de andar<sup>7</sup>. Los genetistas han calculado esa diferencia en un 3%, pero se halla en cada célula de nuestro cuerpo.

Esta diferencia entre sexualidad y condición sexuada pone de frente también la distinción entre sexualidad humana y sexualidad animal<sup>8</sup>.

En la biología, por sexualidad se entiende una función que cumple dos objetivos: la reproducción y el intercambio genético. Ahora bien, ¿existe alguna diferencia entre la sexualidad animal y la humana? Parece que, entre la sexualidad humana y la animal, existe la misma que se da entre lo que se podría llamar trabajo animal y trabajo humano. Los animales realizan una actividad, pero que está programada. El trabajo de las abejas, no cambia con el correr de los siglos. Su actividad se encuentra enclavada. Sin embargo, en el actuar humano intervienen factores que la hacen muy peculiar como son la inteligencia, la libertad, la creatividad.

Pues bien, en la actividad sexual del ser humano se incluye un factor específico que es **la comunicación**, que tiene muchos aspectos: el enamoramiento, el amor, el reconocimiento del otro como persona, la creación de relaciones familiares que suponen lazos estables. Paternidad, maternidad, filiación, conyugalidad, son lazos que aspiran a durar y pueden durar toda la vida. Esas relaciones, que dan sentido a la existencia humana, están imbricadas con la sexualidad. Así, una de las características más profundas de la persona es el afán de amar y ser amado. Pues bien, no es lo mismo que me quiera mi madre, que el hombre que he elegido para compartir la vida.

La sexualidad humana, cumple los mismos objetivos que la animal: intercambio genético y la reproducción. Pero además tiene otras dimensiones desconocidas en el mundo animal: todo aquello que tiene que ver con la comunicación y con el amor.

Ahora bien, en la sexualidad se puede distinguir el componente biológico, genético, hormonal, etc. y las distintas realizaciones culturales en las que se manifiesta en la cultura esas características. Pues bien, se llama sexo a la dimensión biológica y género a las distintas cristalizaciones culturales.

Ahí entra la complicación, porque por género, tomado de la literatura se habla no sólo de dos géneros: masculino, femenino, neutro, andrógino.

Pero aún queda otra pregunta: ¿Qué relación existe entre sexualidad humana y persona? Hay un texto ilustrativo de una de las personas que más ha profundizado en nuestros días en este tema. Ha puesto las bases nada menos que para lo que llama «Teología del cuerpo»:

---

<sup>7</sup> Muchas de esas diferencias están recogidas en la obra de **BUYTENDIJK, F.J.J.**, *La mujer. Naturaleza, apariencia, existencia*, Trad. cast.: Revista de Occidente, Madrid, (aunque conserva aún prejuicios masculinizantes como la de atribuir al varón la actividad y a la mujer la pasividad).

<sup>8</sup> Un desarrollo mayor de estas diferencias puede encontrarse en mi trabajo *La complementariedad varón-mujer. Nuevas hipótesis*, en Documentos del Instituto de Ciencias para la Familia, ed. Rialp, Madrid 1993, pp. 23-26.

«La función *del sexo*, que en cierto sentido es «constitutivo de la persona» (no sólo «atributo de la persona»), demuestra lo profundamente que el hombre, con toda su soledad espiritual, con la unicidad e irrepetibilidad propia de la persona, está constituido por el cuerpo como «él» o «ella»»<sup>9</sup>.

Que el sexo es «constitutivo de la persona» (no sólo «atributo de la persona») es mucho afirmar.

### **3. LA MUJER NACE O SE HACE: DILEMA ANTE SIMONE DE BEAUVOIR**

Simone de Beauvoir critica la situación de la mujer en el siglo XIX y XX, y como le parecen mal, porque van en contra de la dignidad humana, dicha situación afirma, «la mujer no nace, se hace». Esta afirmación se debe a su propia concepción antropológica que depende de Sartre, según la cual el ser humano es sólo libertad. Carece de esencia. La esencia es lo que el hombre va realizando a lo largo de su vida.

Pero esa concepción ha manifestado sus límites. El ser humano es libertad, pero algo más que libertad. Nace con toda una dotación cromosómica, con ciertas capacidades y también es un ser finalizado, es decir, que ha nacido para algo. Pero eso quizá no se descubre cuando no se tiene una dimensión abierta a la trascendencia, en definitiva, a alguien de quien dependo, que me ha dado el ser.

El ser humano es persona desde el principio y desarrolla la personalidad. De un modo parecido nacemos o varón o mujer y nos desarrollamos a la largo de la vida como tales conforme a las costumbres y situaciones de la cultura y de la nación en la que vivimos. A esos desarrollos históricos se les ha venido a llamar esquemas de género. Y Hay diversos modelos de género no todos ellos igualmente válidos y conformes con la dignidad del ser humano y, en concreto de la mujer, y por tanto, más o menos conformes con el querer de Dios.

### **4. DIVERSOS MODELOS DE GÉNERO**

Se trata de describir las distintas relaciones que ha habido históricamente entre varón y mujer.

De entre los distintos modelos que se pueden distinguir voy a agruparlos en tres:

#### **a. Modelo de la subordinación**

Este modelo —criticado por Simone de Beauvoir— haciendo hincapié en la diferencia desdibuja la igualdad. Según él el sexo determina el género y los roles sociales de cada sexo. La relación entre varón y mujer es de inferioridad de la mujer y de una subordinación o sumisión unilateral de ésta respecto de aquel. El mundo se divide en dos esferas la pública y la privada. Al hombre le corresponde la política, la acción

---

<sup>9</sup> JUAN PABLO II, Audiencia general, 21.XI.79, n. 1, en *Varón y mujer. Teología del cuerpo*, ed. Palabra, Madrid 1995, p. 78.

social y organizativa. A la mujer el ámbito procreador y privado del que no debe salir. Por otra parte en ese ámbito privado debe estar sometida al marido: él manda y ella obedece. Distinta consideración social de los trabajos. Unos importantes otros no.

1. Identidad sexo-género (Roles determinados por naturaleza)
2. Diferencia si, igualdad no
3. Separación entre ámbito público y privado
4. Inferioridad y dependencia del varón, (incluso económica)
5. Diversa consideración de los trabajos

#### **b. Modelo del igualitarismo**

También podría llamarse de la divergencia emancipada. Es defendido por algunos feminismos y por los partidarios de la homosexualidad

1. Independencia sexo-género (defienden la existencia de más sexos, además del masculino y femenino)
2. Si igualdad, no diferencia
3. Ámbito público para la mujer. Abandono del ámbito privado, de la familia, liberarse de la biología, imitación del varón
4. Valoración de la homosexualidad y lesbianismo
5. Promoción de un mundo separado de las mujeres

#### **c. Modelo de la complementariedad**

1. Relación, aunque no identidad entre sexo-género
2. Igualdad y diferencia
3. Reciprocidad y corresponsabilidad
4. Heterosexualidad y fecundidad
5. Ámbitos comunes

Hablar de sexualidad es hablar de complementariedad. El sexo masculino y el femenino están hechos uno para el otro. Forman una unidad de orden superior a la de la persona aislada. Si el sexo está unido a la persona, la pregunta a resolver es la siguiente: ¿es que varón y mujer son también personas diferentes y, por eso, personas complementarias?

Como se ve ya tenemos focalizados el tema de la complementariedad y el tema de la persona y la modalización sexual.

### **5. RASGOS DEL MODELO DE LA COMPLEMENTARIEDAD**

El libro que he escrito sobre *La complementariedad varón-mujer. Nuevas hipótesis*. Lo titulé así porque allí donde juegan masculinidad y feminidad surge fecundidad, no sólo en el aspecto biológico, también en el cultural, en el artístico, en el político y en el social. Lo masculino y lo femenino se potencian uno al otro y posibilitan la fecundidad en todos los ámbitos. Eso es complementariedad.

Sin embargo, se trataba de plantear nuevas hipótesis porque la complementariedad se ha entendido mal. Durante siglos, se ha considerado que el varón era superior a la mujer; ésta no parecía tener valor por sí misma, era el complemento del varón y su única misión era servirle. Otras veces se ha considerado al varón y a la mujer como dos mitades de la humanidad. En este sentido se hizo como una distribución de virtudes y cualidades. Se ha hablado de virtudes femeninas y masculinas. Por último se decía que la complementariedad estaba en un reparto de roles sociales. Esto teñido de una característica: los trabajos desarrollados por las mujeres eran considerados como subalternos y de simple apoyatura a los masculinos. Y durante siglos —como ya se ha dicho anteriormente—, se ha repartido el mundo pensando que la esfera privada pertenecía a las mujeres y la pública a los varones.

Esos modelos de complementariedad están hoy superados. Por referirnos al de la inferioridad no hace falta ni rebatirlo, pues todas las razones pseudocientíficas en las que se apoyaba están hoy desmentidas por las evidencias de la ciencia.

Por otra parte, pensar al varón y a la mujer como dos mitades supone no considerar que en cuanto persona, cada uno, en cierto modo, es un todo. En este sentido, dividir las cualidades y las virtudes entre masculinas o femeninas es ilusorio. Las cualidades, en gran medida, dependen de las individualidades, no del sexo. Respecto a las virtudes éstas son humanas y, por tanto, el varón y la mujer pueden vivirlas todas. Lo que sucede es que el varón o la mujer, ordinariamente tienen más inclinación para unas determinadas cualidades o virtudes. Así en términos generales los varones suelen tener mayor capacidad de proyectos a largo plazo, cierta tendencia a la racionalización, la exactitud y el dominio técnico sobre las cosas, etc...; y hay otras cualidades que las aporta generalmente la mujer. Entre otras, es más espontáneo en ella una mayor facilidad para conocer a las personas, la delicadeza en el trato, la capacidad de estar en el concreto, la intuición, la tenacidad. Pues bien, pudiendo vivir todas las virtudes, cada uno ha de aprender —no imitar— del otro sexo. En este sentido, afirmaba Jung que los sexos no sólo son complementarios entre ellos, sino en el interior de cada uno.

Sin embargo, lo verdaderamente importante es que, teniendo cada persona, sea varón o mujer, capacidad para ejercitar todas las virtudes, éstas cristalizan de un modo distinto en el varón y en la mujer. *Varón y mujer tienen un modo peculiar de hacer y vivir lo mismo*. De ahí surge la verdadera complementariedad. (coro, timbre de voz, tonos, armonía)

## 6. FAMILIA Y CULTURA: ÁMBITOS DE LA COMPLEMENTARIEDAD

La diferencia varón-mujer no se cifra tampoco en tener diversos roles. La mayor parte de los trabajos son intercambiables. Por eso se revelan tan fecundos los equipos laborales formados por varones y mujeres. En cada actividad se hace necesaria la cooperación de los dos sexos, en razón de sus matices femeninos y masculinos.

De ahí que no haya espacios exclusivamente masculinos o femeninos. Familia y cultura son tarea común. Por eso el varón ha de estar más presente en la familia y la mujer en la sociedad. Ambos espacios son comunes. Hace falta ir hacia lo que se podría describir como *una familia con padre y una cultura con madre*.

Esto requiere muchos cambios sociales. En primer lugar: facilitar la maternidad. La maternidad supone una prestación social de primer orden, cuyo peso no puede recaer exclusivamente sobre la mujer. No debe pagar más y pagar sola. Esto es lo que está pasando actualmente en muchas sociedades. Muchas veces se condiciona el trabajo de la mujer a su posible maternidad, de tal manera que en la práctica se hacen incompatibles muchas veces maternidad y trabajo. Facilitar la maternidad supone estructurar los trabajos con mayor flexibilidad, con nuevos métodos, hacer un plan de reciclajes, crear adecuados servicios sociales en las empresas, etc. Por otra parte el peso de la maternidad no debe caer exclusivamente ni en la mujer, ni sólo en la familia, ni sólo en la empresa privada. En este campo es necesario que intervenga la subsidiaridad del Estado.

Todo esto supone por parte del varón el descubrimiento de lo que es la paternidad, no sólo con sus propios hijos, sino fomentando ámbitos donde se pueda desarrollar el espíritu maternal.

## 7. PERSONA FEMENINA, PERSONA FEMENINA

Pero no se trata sólo de cambios sociales. Hace falta también una profundización en el pensamiento. Antes veíamos la relación que la sexualidad tiene con la persona, que influye directamente en la personalidad, hemos dicho, que configura el yo, la identidad personal.

Estas constataciones fenomenológicas necesitan una profundización filosófica. A esto responde el segundo libro. En él se parte de la noción de persona que es el vocablo que se creó para denominar al individuo humano.

La persona tiene al menos dos notas peculiares. 1) Su intimidad. Los clásicos la denominaban incomunicabilidad. Es esa característica que le hace ser única e irrepetible. 2) Otra característica es su apertura. Toda persona está abierta al otro. Una persona única sería una desgracia porque no tendría con quien comunicarse, a quien darse. Todo «yo» requiere al menos un «tú».

Si el sexo, como hemos visto antes configura la persona misma, se podría decir que la apertura constitutiva que tiene cada persona tiene dos modalidades: el varón se abre de un modo peculiar: hacia fuera. La mujer también se abre a los demás con su modo: hacia dentro, acogiendo.

Estos tipos de apertura se pueden expresar con preposiciones, que son las palabras que indican las relaciones. Al varón le correspondería la preposición DESDE, pues parte de sí para darse a los demás. A la mujer le correspondería la preposición EN: pues se abre dando acogida en sí misma.

Esas relaciones se manifiestan de un modo gráfico en la generación de un nuevo ser. El varón al darse sale de sí mismo. Saliendo *de él* se entrega a la mujer y se queda *en ella*. La mujer se abre y se da pero sin salir de ella. Es apertura pero acogiendo *en ella*. Su modo de darse es distinto al del varón y a la vez complementario, pues acoge al varón y a su amor. Sin la mujer el varón no tendría donde ir. Sin el varón la mujer no tendría a quien acoger. La mujer acoge el fruto de la aportación de los

dos y lo guarda hasta que germine y se desarrolle. Durante este proceso el varón está al margen.

Posteriormente la mujer es apertura para dar a luz un ser que tendrá vida propia. A través de la mujer y con ella el varón está también en el hijo. El varón está en la mujer y está en el hijo, pero como fuera de él. La mujer, sin embargo, es sede, *casa*. El varón está en la mujer. El hijo, cuando ya está fuera de su madre, en cierto modo, sigue estando en ella. También la mujer está en el hijo, pero fundamentalmente ellos están en ella.

Pues bien, este modo de darse diferente y complementario se da en todas los campos y en todas las relaciones humanas heterosexuadas, y apoyándose en la dimensión constitutiva de apertura que la persona tiene podrían dar lugar a dos modos de ser persona la persona femenina y la persona masculina.

La realidad humana sería, entonces, disyuntamente o SER-DESDE o SER-EN. Ahí radicaría la principal diferencia entre varón y mujer, en ser dos tipos de personas distintas, que se abren entre sí de un modo respectivo diferente y complementario. En este sentido el Ser humano sería también más rico que el Ser del cosmos, en el que el transcendental por antonomasia sería el UNO (no el DOS, como en el ser humano, ni el TRES como en el ser divino) ni estaría internamente diferenciado.

La diferencia sexual humana se trataría, entonces, de una diferencia en el interior mismo del SER. Y teniendo en cuenta que *el ser humano es personal*, sería una diferencia en el seno mismo de la persona. En efecto, lo distinto a la persona —en su mismo nivel— tiene que tener el mismo rango, no puede ser, por tanto, sino otra persona.

Afirmar que la diferencia varón-mujer es una diferencia en la persona supone, por otra parte, haber anclado la diferencia definitivamente en la igualdad. Varón y mujer, cada uno es persona. Tienen la misma categoría; la diferencia entre ellos posee el mismo rango ontológico. La diferencia no rompe la igualdad.

Por otra parte, visto desde esta perspectiva que llega hasta la persona hacen que la feminidad y la masculinidad contribuyen a construir, de un modo no poco importante la identidad personal.

Madrid, 18 de agosto de 2002

## PROCESO EVOLUTIVO ARQUITECTÓNICO DESDE LA IGLESIA \* ABACIAL ROMÁNICA HASTA LA GRAN CATEDRAL GÓTICA

JUAN GÓMEZ Y GONZÁLEZ DE LA BUELGA

### EL PERÍODO ROMANO

*Basílica* (del griego «basiliké»: regio). El Diccionario de la Lengua Española define la basílica como «iglesia notable por su antigüedad, extensión y magnificencia». Tres características que se dan tan sólo en un cierto tipo de grandes iglesias, entre las que destacan las *catedrales góticas* y sus inmediatas predecesoras, las *grandes abaciales románicas*.

Las primeras que recibieron el nombre de basílicas fueron los *templos paleocristianos* que se levantaron en Roma y por todo el Imperio, a partir de la legalización de la nueva religión por el emperador Constantino en el siglo IV d. J.C. El modelo al que respondían esos templos (derivado de la basílica civil, que era un edificio público destinado a usos diversos, desde políticos a mercantiles e incluso judiciales), tenía planta de cruz latina, con un brazo largo (el cuerpo de naves) y otro corto transversal (el transepto), y en el centro de este (y como cabecera) un ábside de planta semicircular que era el centro de atención de todas las ceremonias religiosas, y ubicaba el altar y la sede del obispo.

Todavía en nuestros días podemos contemplar una de las cuatro basílicas mayores de Roma que entonces se levantaron con arreglo a ese esquema y que permanece, pese a las profundas reformas de que fue objeto a través de su larguísima existencia. Se trata de San Pablo Extramuros, de la que tenemos el valioso testimonio de un grabado de Piranesi del s. XVIII, y de otros posteriores al incendio que sufrió en 1823, por los que se aprecia que la estructura básica y las dimensiones que tenía son las mismas de la reconstrucción que de ella se hizo posteriormente, y que es la que hoy se alza ante nosotros, aunque pertenezca a época posterior muy diferente la decoración que la adorna. Una enorme nave central de veinticinco metros de anchura y treinta de elevación estaba flanqueada por cuatro naves (dos a cada lado) separadas por muros sustentados por ochenta columnas corintias, (algunos de cuyos capiteles primitivos se conservan en el museo de la Basílica) y en lo alto dos hileras de ventanas por debajo de la techumbre de madera, constituida por un sistema de armaduras triangulares

---

\* Conferencia pronunciada en la Real Academia de Doctores de España el 9 de abril de 2003.

policromadas. El transepto era de iguales dimensiones que la nave mayor, con la que se unía a través de un gran arco triunfal cuyos mosaicos primitivos se conservan.

El modelo de cruz latina ha permanecido en la mayoría de las basílicas (y también en las iglesias menores) construidas en todos los tiempos, prevaleciendo sobre otros modelos que han tenido siempre vidas fugaces (entre éstos, tal vez el de cruz griega de brazos iguales sea el que tuvo mejor acogida, siendo el protagonista del período cultural bizantino, una experiencia muy relevante de la historia de la arquitectura religiosa cristiana.

Es el objeto de esta conferencia demostrar que hay motivos suficientes para defender la tesis de que *la catedral gótica hereda los componentes básicos de la gran iglesia abacial románica, su predecesora*. Y a esa demostración he dedicado personalmente un largo tiempo, analizando la arquitectura de más de cincuenta basílicas existentes en su mayoría en la actualidad, y alguna de las que, —aún desaparecidas—, se conservan datos documentales suficientemente expresivos y fiables.

La consecuencia de ese análisis es que el desarrollo del románico está jalonado de diferentes hallazgos constructivos o de puro diseño conceptual, de los cuales me propongo exponer aquí los más relevantes.

Y que esos hallazgos, al aparecer, fueron pronto asumidos por quienes constituían el mundo de la construcción, que en adelante las utilizaron con general aceptación y convencimiento, introduciendo en ellos mejoras y variantes, que obedecían, la mayoría de las veces, a la utilización de materiales o técnicas diversas, debidas generalmente a circunstancias locales o regionales.

Las diversas escuelas regionales, —de las que hablaremos a continuación—, aportaron sus propios hallazgos al proceso evolutivo, que las integraba, y eso sucedió a lo largo de los ciento cincuenta años de vida del período románico, en una suma gradual de aportaciones que desembocaría en la Gran Catedral Gótica, que fue un producto nacido en el «Domaine Royal» francés (entorno territorial de la corte parisina de los Capetos).

De acuerdo con nuestra investigación, afirmamos que entre las muchas de esas aportaciones que surgieron a lo largo del proceso enriqueciendo el modelo latino, hubo algunas que desempeñaron un papel relevante en la apertura de los caminos que condujeron a la catedral gótica y fueron los doce siguientes:

**1º La grandeza espacial** (tres pisos con tribuna y triforio), **2º la cabecera monumental**, **3º el pilar compuesto**, **4º la torre hueca**, **5º la articulación vertical de los muros**, **6º el crucero elevado con cúpula**, **7º la continuidad espacial**, **8º el coro profundo** (diferente a la nave), **9º el arco apuntado** (en sustitución del de medio punto), **10º la integración espacial** y **11º la bóveda nervada** y **12º el arbotante**.

A cada una de esas innovaciones hay que inscribirla en un determinado contexto cultural histórico. Regiones tan diversas como la Lombardía, la Germania, la Cataluña condal o la Borgoña del período post-carolingio, y la Borgoña, la Normandía y la Inglaterra de la segunda mitad del siglo XI son, entre todas las demás de la Europa del románico los que más contribuirían al proceso «versus» el gótico. Como veremos,

en ellas nacieron esas innovaciones cuya descripción hacemos a continuación, con la de los períodos del románico en que se produjeron.

## EL PERÍODO POST-ROMANO

Tras el derrumbamiento del Imperio Romano de Occidente, en el oriente bizantino se siguió utilizando por los pueblos invasores el *modelo latino* de basílicas hasta los tiempos del exarcado de Rávena (s. VI) (Ejemplos: S. Apolinare in Classe, S. Apolinare Nuovo) y la primera época de Justiniano (S. Juan Studion en Constantinopla). Este modelo era simultaneado con el *modelo centrado* o de cruz griega (con la utilización de las cúpulas). Mientras tanto, en el territorio occidental europeo conquistado por los bárbaros se produjo un paréntesis arquitectónico de al menos ciento cincuenta años sin novedades importantes que reseñar en lo que se refiere a la evolución de la basílica cristiana.

De los dos siglos posteriores (s. VIII y IX), que son los del afianzamiento en Europa de los pueblos invasores en los que lentamente fue prendiendo la cultura romana, nos quedó milagrosamente vivo el grupo de «minibasílicas» visigóticas del centro de Hispania (Melque, Bande, Nave y Montefíos) que siguiendo el modelo ravenés del Mausoleo de Gala Placidia, presentan la primera de las innovaciones que va a asumir la arquitectura románica posterior: el **crucero elevado con luces y cubierto con cúpula**, de inspiración evidentemente bizantina y destinado a resaltar el punto más noble del templo, en el que se cruzan los dos brazos de la cruz.

## EL PERÍODO CAROLINGIO

En la época carolingia, tiempo de renacimiento cultural propiciado por la política de Carlomagno, se levantaron importantes templos abaciales en los que los arquitectos ensayaron diseños ciertamente novedosos, muy influidos por la arquitectura bizantina, donde las grandes basílicas ya no respondían al modelo latino. De él sólo les quedaba el cuerpo de tres naves (la central más alta con ventanas en lo alto), los muros interiores apoyados en columnas o en pilastras cuadradas con arcos de medio punto, y las techumbres de madera. Por lo demás, el transepto se partía en dos alas laterales y aparecía un crucero central, que se elevaba formando un prisma de base cuadrada al que se llamó «**torre hueca**». Otra novedad del período carolingio la constituyó un cuerpo occidental, situado a los pies del templo (el «westwerk»), que más parecía otra iglesia adosada, en el que siempre había una estancia abierta a la nave (a modo de palco regio) desde el que huéspedes ilustres podrían al parecer asistir a las ceremonias religiosas. El «westwerk» tendría una cierta continuidad durante el primer período románico francés (Tournus, St. Benoit-sur-Loire, Vèzelay) para terminar desapareciendo. De estos tiempos carolingios se conservan muy pocos testimonios vivos, y entre ellos destacan el «westwerk» de Corvey, el cuerpo central, el crucero, la cripta y parte de la planta de St. Philibert de Grandlieu y los pequeños templos asturianos del período ramirense, en cuyas plantas predomina un sentido de simetría, que tuvieron también en Europa en otras basílicas mayores, como Fulda, Colonia o Centula (St. Riquier) desaparecidas, pero de las que se conservan testimonios gráficos muy antiguos que nos permiten una aproximación a las formas básicas de su arquitectura. Un segundo grupo de iglesias asturianas, del tiempo de Alfonso III el Magno (Valdediós),

se olvida de la simetría y nos muestra, el modelo de las que pudieron ser otras basílicas mayores contemporáneas desaparecidas, como por ejemplo, la primera iglesia de S. Martín de Tours.

## LA REVOLUCIÓN MONÁSTICA Y EL ROMÁNICO DE LAS GRANDES ABACIALES

El siglo X fue para toda Europa un tiempo de calamidades, jalonado como estuvo de innumerables invasiones de pueblos nórdicos que se aprovecharon de la debilidad de los reyes que sucedieron a Carlomagno. Los normandos entraban con sus naves por los estuarios de los grandes ríos del continente y arrasaban todo cuanto encontraban a su paso, sometiendo al pillaje pueblos y ciudades. Por su parte, otros pueblos centroeuropeos (los magiares o húngaros) hicieron lo mismo por tierra, cebándose especialmente con los territorios alemanes y borgoñones. Unos y otros saquearon los monasterios benedictinos construidos durante la época carolingia, produciendo en ellos muchas destrucciones irreparables. La mayoría terminaría por ser derribados en los años posteriores, para ser sustituidos por otros nuevos.

### A) *Período de formación del Románico (de 1000 a 1050)*

A partir del año 955, tras la batalla de Lechfeld, que Otón el Grande libró y ganó a los húngaros, se produjo un período de paz prolongado y protagonizado por los emperadores salios del Sacro Imperio Romano Germánico. Ellos mismos emprendieron de la mano de los Papas una política de regeneración monástica, para la que contaron con la colaboración inestimable de la nueva Orden de Cluny (fundada por el duque Guillermo de Aquitania en el centro de la Borgoña francesa), que con mano de hierro y la eficacia de sus sucesivos abades logró la formación de un plantel numeroso de monjes, que se repartieron por toda Europa llamados por obispos, reyes y señores feudales para dirigir la revitalización de los viejos monasterios benedictinos, y con ellos *la reconstrucción material de sus casas e iglesias*, así fueran abaciales, priorales o parroquiales. Paralelamente con la expansión de la orden de Cluny, se produce en esos años en Europa un florecimiento económico, con el renacer de burgos y ciudades basadas en el comercio y una colonización de nuevas tierras para la agricultura. Paralelamente, se incrementa el poder de los señores feudales, que también contribuyen al impulso de los proyectos de la Iglesia y del Imperio en relación con la vida monástica.

Así comienza la época del arte románico, que se va a prolongar en Europa a lo largo de ciento cincuenta años bien prolíficos en que los monasterios se dotan *de iglesias abaciales de grandes dimensiones*, precursores de lo que será la basílica perfecta del futuro: la catedral gótica.

Al proceso que se desarrolló en esos años contribuyeron diversas escuelas regionales de arquitectura (de las que se han hecho varias clasificaciones no siempre coincidentes) y de ellas *sólo algunas señalarían los caminos que conducirían al gótico*. De ellas, —y sólo de ellas—, trataremos a continuación.

En líneas muy generales, diremos que en ese proceso evolutivo se pueden distinguir cuatro períodos sucesivos. Existió en primer lugar un *Período de formación* del

estilo (de 1000 a 1050 años) en el que hubo dos ámbitos culturales decisivos para el desarrollo posterior: el de la actuación inducida por los emperadores y el de la órbita de Cluny, y ambos desarrollaron dos tipos de arquitectura basilical muy diferentes entre sí.

Los primeros, centrados en los territorios alemanes (Sajonia, Renania y Lorena principalmente), dirigen un renacer monástico con la construcción de grandes iglesias abaciales inspiradas en la arquitectura basilical carolingia y que extiende su influencia sobre la Champagne francesa, que con las ciudades del Rin constituyen lo más vital de la Europa mercantil de aquellos años de principios del siglo XI, que conoce un espectacular florecimiento de las ferias comerciales. En ese ámbito surgen monasterios como Gernrode (990)<sup>1</sup> y Hildesheim (1010) en Sajonia, Spira y Maguncia en el Rin, y Montier en Dier (990), Vignory y St. Remi de Reims (1020) en la Champagne. En ellos se levantan hermosas iglesias de grandes volúmenes de piedra (o ladrillo según los casos como Limbourg an Hardt) con una arquitectura de gran sobriedad, de volúmenes planos o cilíndricos, en los que por primera vez aparecen *los tres pisos con tribuna* (Gernrode, un monasterio de monjas) ésta última sobre las naves laterales y que se cerraba con el *triforio*, un arco de medio punto que encerraba otros tres pequeños separados por dos columnas con capiteles cúbicos, privativos de esta arquitectura otoniana postcarolingia. Permanece también el transepto presidido por un crucero con **torre hueca** encima y linterna prismática de cuatro lados con ventanas cubiertas con un tejado en pabellón a cuatro aguas iguales (Hildesheim, Spira, St. Remi). Estos interiores otonianos introducen en la historia de la basílica la **grandeza espacial**, invariante que permanecerá hasta los tiempos góticos.

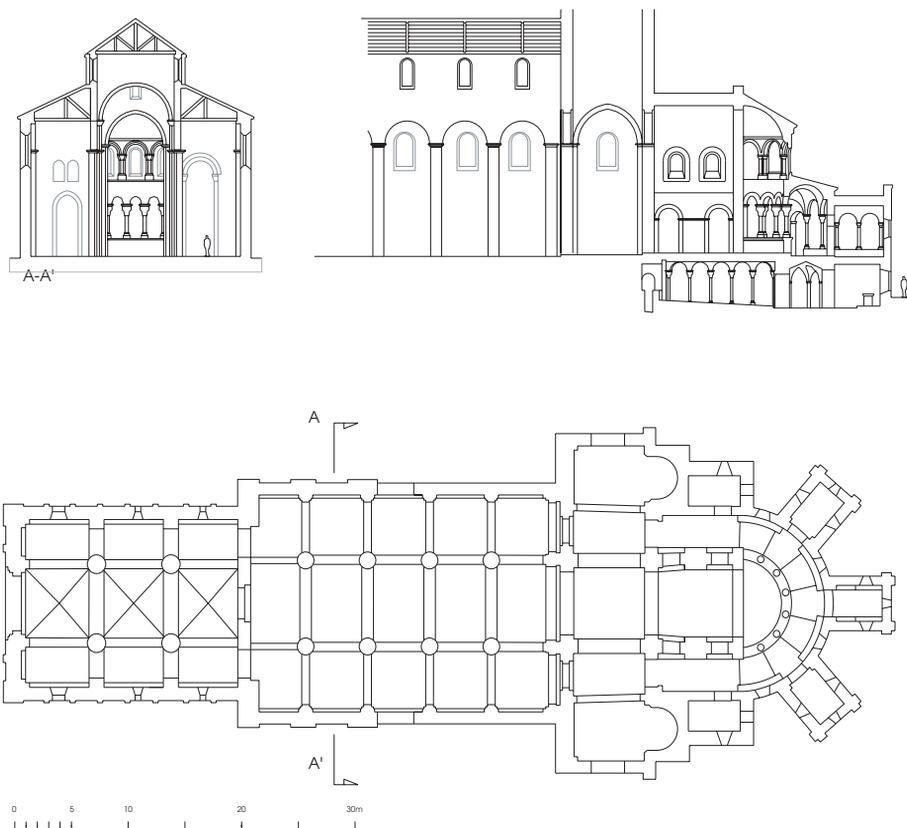
El otro ámbito cultural de este período formativo del románico fue el de *Cluny*, que de forma directa o indirecta dirigió la reconstrucción de cientos de abadías y priorales en las comunidades del propio entorno de la Casa Madre (Tournus, Cluny II, Grandlieu, Payerne), aunque su influencia también se extendió sobre la Lombardía del reino de Italia (S. Vincenzo de Milán 940, Lomello 1025, Lodi Vecchio 1040), el Languedoc francés (St. Guilheim du Désert) y los condados catalanes del Pirineo oriental (Ripoll, Cardona 1030, Cuixá, Fluviá). En la mayoría de las iglesias, construidas en la primera mitad del siglo XI, hay algo que las unifica dándoles un sello especial: la intervención en ellas de los «magíster comacini», cuadrillas de albañiles llegados desde el entorno de Milán a la llamada de los distintos abades o señores feudales comitentes de las obras, movidos por la notoriedad que tenían como expertos en ese tipo de trabajos. No es difícil reconocer los templos que salieron de sus manos, por el tipo de fábricas que realizaban, unas veces en ladrillo (Lombardía), y otras en piedra pequeña toscamente labrada o sillarejo (Borgoña, iglesias pirenaicas y del Languedoc). La característica principal de este período es la «basílica pétrea», que los monjes de Cluny intentaron tesoneramente para sustituir las techumbres de madera (tan percederas a causa del fuego) por bóvedas de piedra de medio cañón seguido. Ellos y los maestros lombardos en general, idearon sustituir las columnas aisladas del modelo latino de basílica por lo que a partir de entonces se llamó **el pilar compuesto**, del que el más antiguo de los casos que aún están vivos es el de Sta. María Maggiore de Lomello (Milán, 1025), construida en ladrillo, como la mayoría de las obras lombardas.

---

<sup>1</sup> Las fechas entre paréntesis son sólo referentes aproximados para la localización histórica de las basílicas.

El pilar compuesto de Lomello tiene un núcleo cuadrado, con dos semicolumnas enfrentadas entre sí en la línea de la arquería de sustentación de los muros. Las semicolumnas forman parte integrante del pilar, son también de ladrillo y sirven para formar los arcos de medio punto. De las otras dos caras del pilar, que son planas, la que mira a la nave continúa hacia la techumbre formando unos grandes arcos transversales o perpiaños, que dividen el ámbito total en tres partes, y entre ellos se tendían las vigas de madera de la cubierta a dos aguas.

Poco después de Lomello se construyó Lodi Vecchio (entorno de Milán, 1035), en el que se da un paso adelante en la definición del pilar compuesto: el núcleo cuadrado del pilar de ladrillo se completa con cuatro semicírculos (de ladrillos cocidos aplanillados), que servirán dos a dos para sustentar los arcos de sustentación del muro de la nave, y las otras dos para hacer lo mismo con los grandes arcos perpiaños y los pequeños fajones entre los que se tienden las bóvedas de arista de las naves laterales. Este es *el modelo de pilar compuesto que se exportará a toda Europa* y se utilizará con profusión en las nuevas iglesias románicas de todas las escuelas regionales francesas. En él está implícito, —como veremos—, el germen de lo que será el gran pilar de la época gótica.



**1ª fase: antes de la «continuidad espacial» (período primer románico)**  
 La nave central y el Santuario tienen ordenaciones arquitectónicas diferentes (S. Philibert de Tournus, hacia 1020)

En una segunda fase posterior a Lomello se utilizó mucho el modelo también compuesto de núcleo cuadrado y cuatro platabandas rectas en los cuatro lados (Cardona y St. Guilheim-du-Désert). S. Vicente de Cardona (1020-1040) es un tipo de basílica menor muy representativo del *modelo pétreo* auspiciado por los clunícenses. Una arquitectura homogénea de sillarejo, de igual textura por dentro que por fuera, consta de cuerpo de tres naves (la central más alta con ventanas) cubierto con bóvedas de medio cañón seguido con arcos fajones, que son la continuación de las platabandas que arrancan desde el suelo en el pilar compuesto. Tiene *crucero elevado con cúpula*, linterna octogonal con ventanas y cabecera tripartita, con un ábside central con pequeño coro y dos laterales que lo flanquean, en las dos alas del transepto. A este modelo responden (en el entorno de Cluny) Payerne (1050), la cabecera de Anzy-le-Duc (1036), Chapaize (1030) y también la Casa Madre de Cluny II<sup>2</sup> y aunque esta última presenta una cabecera novedosa («escalonada») mucho más grande, pensada para alojar una comunidad de número elevado de monjes. La cabecera escalonada se utilizó con profusión en los monasterios construidos en los años centrales del s. XI, pero poco a poco fue abandonándose este modelo para ser sustituido por el de **cabecera monumental** en las grandes abaciales. Pero del escalonado quedó otro de los elementos del proceso evolutivo: el **coro profundo**, destinado a alojar los sitiales de los numerosos monjes que asistían a los oficios: en realidad se trataba de un largo espacio rectangular cubierto con bóveda de medio cañón en continuidad y prolongación del ábside, en el que se ubicaba la Capilla Mayor.

Como uno de los descubrimientos más relevantes de este primer período dentro del ámbito clunicense hemos de considerar ese modelo de *cabecera monumental*, implícita en cierto modo en algunas basílicas carolingias, desde que se asumió por los monjes benedictinos la conveniencia de que a los peregrinos que acudían a adorar las reliquias de los santos se les hiciera circular en torno a su tumba, creando para ello una galería de circunvalación. Lo que al principio fue un pasillo quebrado (criptas de St. Denis, Grandlieu, Auxerre), terminó convirtiéndose en un *deambulatorio* o *girola*, de forma circular contorneando la *exedra de la Capilla Mayor y el Coro*, y a la cual se adosaban un número indeterminado de *capillas absidales*. Este modelo, que había de convertirse en una pieza indispensable de las grandes basilicales (fueran o no de peregrinación) pasó a la Catedral Gótica como una de sus señas de identidad más destacadas. El más antiguo caso que se conserva vivo de cabecera monumental es el de St. Philibert de Tournus (principios del año 1000) donde parece que los «magíster comacini» italianos construyeron una cripta con *deambulatorio* circular y cuatro capillas absidales rectangulares. En este período inicial del románico la cabecera monumental se concebía como un elemento al cual se adosaban el transepto y el cuerpo de naves, sin que hubiera un vínculo compositivo entre unos y otros. La ordenación arquitectónica de sus alzados interiores era diferente; la composición del santuario, —fuertemente influido por las *rotondas* de tradición romana—, consistía en un ábside de dos plantas contorneado por una *girola* de una sola, con un coro rectangular delante cubierto con bóveda de cañón. (Ver gráfico de 1ª fase).

---

<sup>2</sup> Consagración en 981, y desaparecida, pero de la que se han excavado los cimientos.

## B) Período de desarrollo del románico (de 1050 a 1100)

El segundo gran período románico (o de desarrollo del estilo), se ubica en dos escenarios diferentes. En primer lugar, en el *ámbito cultural borgoñón (con centro, —más que nunca—, en Cluny)*, pero también en un escenario nuevo: el *ducado de Normandía*, en el norte de Francia. Ambos mundos culturales van a representar un papel crucial en el proceso de formación del gótico.

Los duques de Normandía ejercieron un importante mecenazgo en la reconstrucción de los muchos monasterios benedictinos que había dentro de la geografía de su territorio, con lo que propiciaron la creación de una escuela brillantísima de arquitectura, sin duda *la más importante de su época en toda Francia*. De entonces, proceden cantidad de iglesias románicas de hermosa factura en piedra de sillería que denota la existencia de talleres de canteros que conocían muy bien su oficio y construían con arreglo a unos muy buenos diseños de arquitectura<sup>3</sup>. A esa gran calidad arquitectónica que tienen, y por tanto también a su solidez, se debe sin duda el que sobrevivan incólumes grandes abaciales como las de Caen (la de los Hombres y de la de las Mujeres) pese a los terribles bombardeos que sufrieron cuando el desembarco de las tropas aliadas en la 2ª Guerra Mundial.

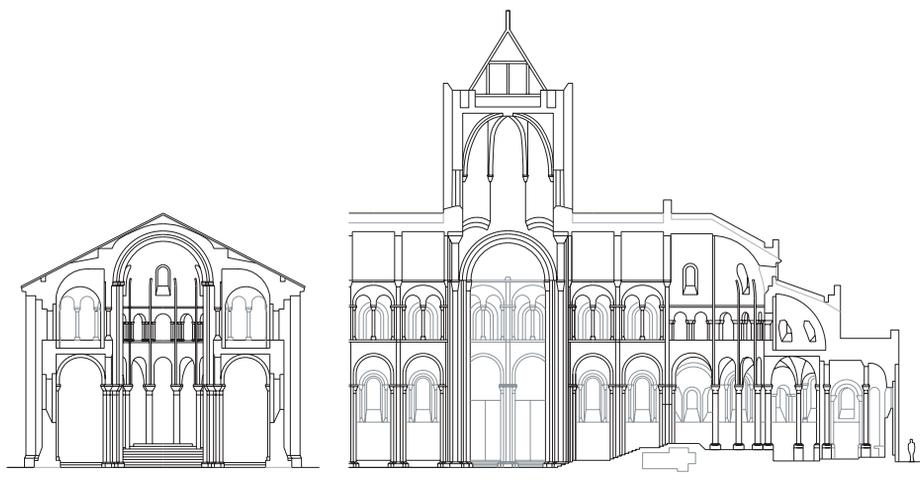
Del mundo cultural renano y sus basílicas otónidas recogió la arquitectura normanda la *grandeza espacial* caracterizado por los *tres pisos con tribuna intermedia, la cubierta de madera y la torre hueca*. Los más antiguos ejemplos que se conservan son las iglesias abaciales de Jumièges y de Mont Sant Michel (ambas fechadas en torno a 1050). Ambas poseen también los *pilares compuestos* de ascendencia lombarda (en su modelo nacido en Lodi Vecchio) y por primera vez aparece lo que ha dado en llamarse **la articulación vertical de los muros** de la nave, gracias a las semicolumnas adosadas que suben desde el suelo hasta el techo, introduciendo en ellos unos rompimientos visuales de gran valor estético, por cuanto aliviaban la fatigosa sensación que producía el «muro caja» de la basílica paleocristiana, que aún subsistió hasta la época otoniana de Gernrode, Montier-en-Der o St. Remi de Reims. Esta «articulación» y la división que introduce en tramos de los alzados de la nave, será otra de las invariantes de la catedral gótica.

En St. Etienne de Caen (abadía de los Hombres) aparece también por primera vez el «*andito*» o pasillo de inspección en la parte alta de los muros. Este pasillo obligó a un espesor insólito de los muros (de entre seis y siete pies carolingios) formando lo que ha dado en llamarse el «*mur à pais*» y ha sido calificado como «muro acueducto» por los críticos de arte. Su enorme potencia queda aligerada por el ingenioso tratamiento que le dieron los arquitectos mediante el abocinado de los arcos conseguido con varias molduras concéntricas o «*archivoltas*». No se puede negar la belleza conseguida por este medio en St. Etienne, en las arquerías de planta baja y del piso de tribunas que se hicieron abiertas a la nave, sin los tradicionales triforios que en cambio sí se emplearon en Jumièges y en St. Michel. El empleo de este artificio estético de las archivoltas llevó a doblar en el pilar compuesto el número de semicolumnas y también el de esquinas, con lo que, —una vez más—, parece en St. Etienne presentirse la llegada del gótico y sus enormes pilares fasciculados.

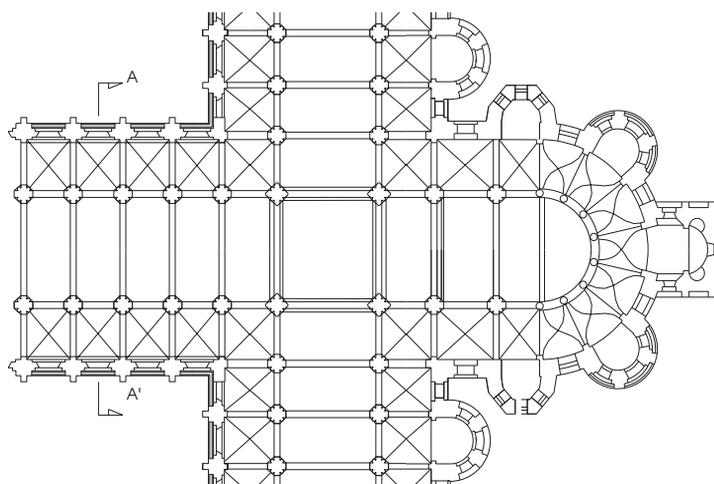
---

<sup>3</sup> Véase el libro de Ruprich Robert «L'Architecture Normande aux XI et XII siècles», BA 16275, Biblioteca Nacional de Madrid)

Este período de desarrollo del arte románico coincide con el auge de las peregrinaciones a los lugares santos y particularmente a Santiago de Compostela en Galicia, una tumba a la que ningún europeo de aquel tiempo hubiera querido dejar de acudir en algún momento de su vida. Los diversos caminos que confluyendo en Navarra a través del Pirineo atravesaban Francia, iban tocando en algunos de los santuarios que había por todas partes con restos de Santos o mártires. Los monasterios que los atendían rivalizaron en adecuarlos y mejorarlos para responder a la creciente demanda de las peregrinaciones. Así nació un sistema arquitectónico totalmente de piedra sillería y basado en el pilar compuesto básico que hemos visto en la nave de Mont Sant Michel, con el que se construyeron cientos de templos de diversos tamaños, desde pequeñas iglesias rurales de una sola nave y uno o tres ábsides simples a grandes abaciales de



A-A'



**2ª fase: «Continuidad espacial nave-coro corto (período:románico)**

*Misma ordenación de alzados en Nave y coro. Techos santuario distinto. Bóvedas de cañón. (Santiago de Compostela, 1080-1100)*

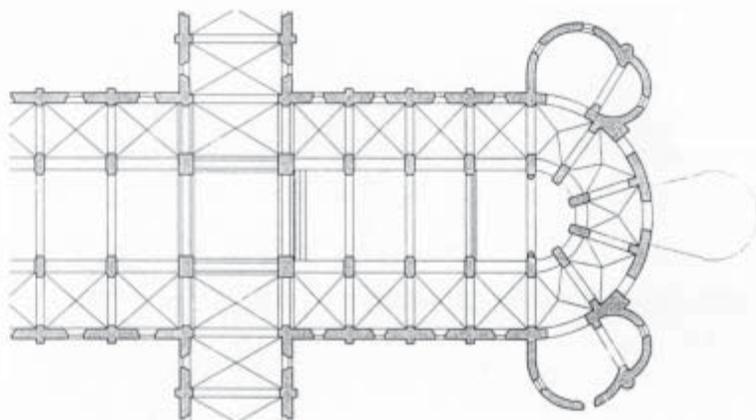
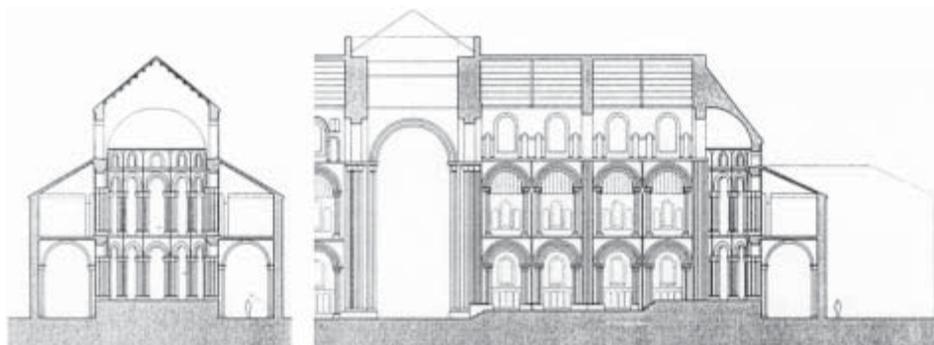
tres pisos con tribunas, anchos transeptos de tres naves y cabeceras monumentales. Fue una arquitectura mecanizada y de alzados articulados compuesta de elementos modulares, y siempre cubierta con bóvedas de cañón seguido con fajones que eran continuidad de las semicolumnas del pilar compuesto. Los productos más conocidos y espectaculares fueron cinco «basílicas del camino» (Conques, Tours, Limoges, Toulouse y Compostela). (Ver gráfico de 2ª fase). Se diría que esta arquitectura de las peregrinaciones se había inspirado fundamentalmente en las basílicas normandas, tomando de ellas el cuerpo de naves con los elementos más importantes que la caracterizaban, a excepción del andito y por tanto, sin la consecuencia de los excesivos espesores que habían originado los «muros acueducto». Y del entorno borgoñón de Cluny tomaron la cabecera monumental experimentada por primera vez en S. Martín de Tours (excavaciones de Lasteyrie en 1919), las cubiertas pétreas de bóveda de medio cañón seguido y los cruceros elevados con cúpula sobre pechinas. Unos y otros habían sido experimentados previamente en St. Etienne de Nevers y en el grupo de iglesias auvernesas, todas basílicas de tamaño medio también del entorno clunicense.

Finalmente, al final de este período de desarrollo del románico, se produjo en la órbita directa de Cluny un esplendoroso resurgir arquitectónico que mucho habría de tener que ver con la llegada posterior del gótico. Fue ya en el tercer cuarto del siglo XI, cuando se dejó sentir la inmensa labor desarrollada al frente de la Orden por el abad San Hugo de Semur, sin duda un gran aficionado a la construcción y en cuyo mandato se lograron grandes realizaciones arquitectónicas, la principal de las cuales fue la propia Casa Madre (Cluny III). De esta soberbia basílica que rivalizó con San Pedro del Vaticano en sus días (consagración 1103) no queda sino una parte de los segundos transepto y crucero que tenía la enorme fábrica, derruido en los años posteriores a la Revolución Francesa. Quedaron, no obstante, algunos testimonios y no pocos grabados que han permitido hacer con ellos restituciones bastante fidedignas. Conocedor S. Hugo de las bóvedas y arcos apuntados que los cruzados vieron en Tierra Santa, quiso hacer con ellos su propia versión basilical, y mandó cubrir de esa manera la gran nave central de casi catorce metros de luz y veintitantos de elevación desde los arranques de los arcos fajones. La cubierta así obtenida parecía tener mayor estabilidad que las anteriores de medio cañón, y dar menos empujes, pese a lo cual también sufrió alguna ruina y derrumbamiento y hubo de ponerle arbotantes exteriores ya en época gótica. La otra novedad que aportó Cluny en aquella fase del románico fueron los **arcos apuntados**, que *sustituyeron en el gran edificio a los que hasta entonces se hacían de medio punto*. Pese a la gran altura de la nave central, y por el hecho de tener cinco naves, se suprimieron las tribunas y se sustituyeron por unos *falsos triforios en forma de arquería continua*, un artificio que también sería utilizado más tarde en las catedrales góticas.

### C) Período pregótico anglo-normando (de 1115 a 1140)

Durante la primera mitad del siglo XII (hasta mediada la cuarta década del mismo) continúa el espectacular proceso de construcción de grandes abaciales y catedrales que se desarrollaba en Inglaterra por los normandos tras la conquista de las islas en 1066 (batalla de Hastings, Guillermo el Conquistador). Las viejas iglesias anglosajonas fueron poco a poco sustituidas por nuevas basílicas trazadas con el original espíritu arquitectónico experimentado por ellos mismos en el continente. Las grandes *naves articuladas* de gruesos muros con *tribunas* intermedias y *anditos* superiores

corriendo a lo largo de los ventanales bajo las tradicionales techumbres de madera. Lo habitual era que esas naves tuvieran *muchos tramos* (hasta quince a veces), también las hicieran con anchos transeptos de mucha envergadura (al estilo de los de las basílicas del Camino) con elevadas *torres huecas* sobre los cruceros y generalmente con *cabecera escalonada de coro profundo* como sus precedentes normandos. Tales son los casos de las catedrales de Canterbury, St. Albans, Lincoln, York, Ely y Winchester. Todas ellas se caracterizaban por sus coros profundos que tenían los mismos alzados que sus naves centrales, constituyendo lo que hemos llamado la **continuidad espacial**, en la que el crucero elevado «interrumpe» una nave que penetra en *cuatro o más tramos* hasta la Capilla Mayor, apareciendo con ello por primera vez en la historia, *una de las invariantes principales que caracterizarán a la catedral gótica*. Esto se había apuntado ya tanto en Cluny III como en sus derivados (Paray, La Charité), así como en las basílicas del Camino, pero sin coro profundo, es decir, con dos tramos de nave a lo sumo.



**3ª fase: Continuidad espacial nave-coro profundo (período románico)**  
 La exedra sigue la misma ordenación en los dos pisos bajos; techos de madera. (Catedral de Norwich, 1119)

La *cabecera monumental* (con deambulatorio y capillas absidales) que, como hemos visto, se utilizó tanto en el continente por los monjes cluniceses, también lo fue en Inglaterra, pero en la mayoría de los casos sólo quedan los testimonios de las excavaciones realizadas (S. Pablo de Londres, S. Agustín de Canterbury, Chichester, Rochester). Es en Norwich donde podemos ver el más antiguo de los dos únicos casos que conocemos: allí podemos visitar una de las pocas basílicas casi exclusivamente románicas que quedan en pie en Inglaterra, no habiendo sufrido transformaciones de períodos posteriores salvo en partes irrelevantes de la estructura general. (Ver gráfico 3ª fase). *En esta hermosa iglesia se pueden encontrar todos los elementos ya descritos como básicos del estilo y que pasarán al gótico posterior.* Y por el interior de su cabecera (que se conserva casi íntegramente) podemos contemplar cómo *la continuidad espacial nave central-coro profundo se completa por toda la exedra de la Capilla Mayor, en la que la ordenación de los alzados permanece dando la vuelta en semicírculo sobre la girola o deambulatorio.* (En Norwich, sólo se rompe la unidad del conjunto en la tercera planta, que sufrió en época gótica la apertura de grandes ventanas).

En Londres puede visitarse el segundo caso al que nos hemos referido: St. Bartholomew, basílica londinense de la que tan sólo se conserva la cabecera y el transepto, pero en la que puede verse mejor que en ninguna otra parte la significación de esto que hemos llamado la «*continuidad espacial nave-coro profundo-capilla mayor*», con la unidad de tratamiento de los alzados que la caracteriza, y que está presente en todas las catedrales góticas.

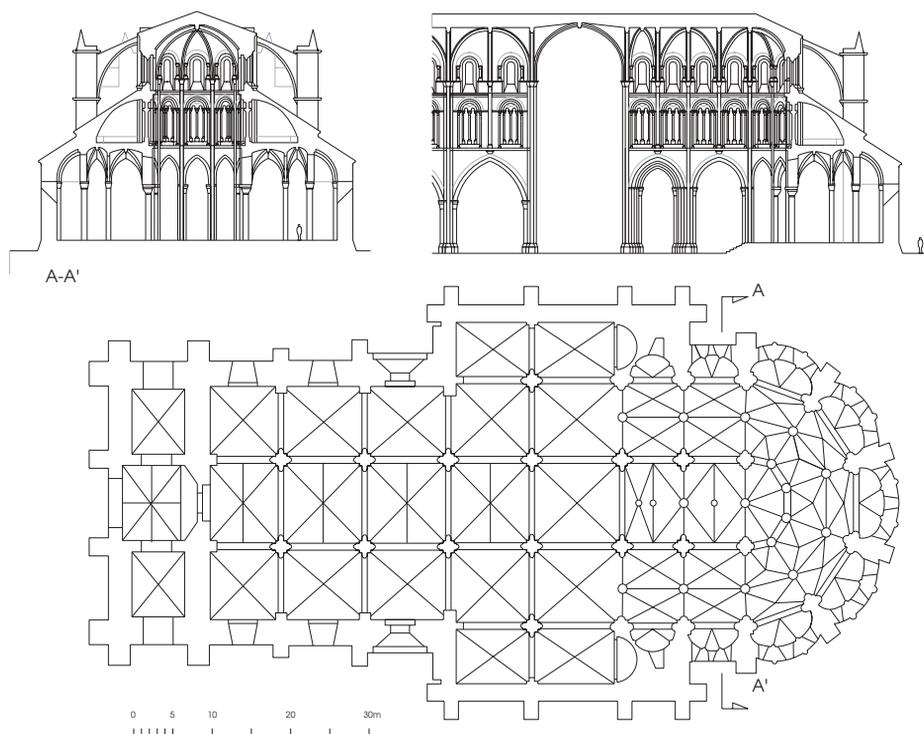
En este período final anglo-normando irrumpe **la bóveda nervada** en el primer cuarto del siglo XII, una novedad que va a resultar definitiva para el cambio del estilo, al introducir una innovación revolucionaria en el comportamiento mecánico de las estructuras de piedra. Estas bóvedas fueron experimentadas desde años atrás en La Lombardía italiana, si bien se hacían en ladrillo y produjeron no pocos fracasos, jalonados de deterioros, ruinas y derrumbamientos. Un estudioso de esa arquitectura lombarda (Kingsley Porter) descubrió en 1911 en Piamonte una iglesia en ruinas construida en 1040 (Sannazaro Sesia) de la que aseguraba haber estado cubierta desde el principio con bóvedas nervadas oblongas de ladrillo de 7 x 3 metros de luz. La tradición existía, por supuesto, pero de hecho los únicos casos que aún perduran no se remontan más allá del año 1090 (S. Pietro de Bolonia, Rivolta d'Adda). Y las famosas tres bóvedas de S. Ambrosio de Milán fueron reconstruidas tras un terremoto en 1128, y se duda que las primitivas que se derrumbaron pudieran ser iguales. Los monjes normandos de Guillermo el Conquistador consta históricamente que llamaron a compañeros suyos lombardos para que vinieran a su tierra a dirigir la construcción de los nuevos monasterios, pero es lo cierto que no los cubrieron con bóvedas, sino con madera, y sólo en torno a 1120 se emprendió la construcción de las primeras bóvedas en piedra, en las dos grandes abadías de Caen, sustituyendo por primera vez las techumbres leñosas. El resultado fue espectacular, y a la vista están en la nave central de St. Etienne de Caen las *cuatro grandes bóvedas sexpartitas* cuyos nervios fajones, formeros y diagonales arrancan desde las viejas semicolumnas románicas de la época de la fundación. El efecto plástico de la hermosa nave con sus potentes muros articulados de veintitantos metros de altura envueltos por arriba con las novedosas bóvedas nervadas de piedra debió de producir una favorable sensación en los contemporáneos. Sin duda fue este un auténtico acontecimiento arquitectónico, que abriría las puertas al gótico.

Poco tiempo después, se cubría también con bóvedas nervadas (ahora cuatrimpartitas) la Catedral de Durham (Inglaterra), que fue la primera basílica románica en la que se empleó de nueva planta el nuevo y revolucionario sistema de cubrición.

Y mientras esto sucedía en Inglaterra, en Borgoña se seguían construyendo grandes basílicas, en el espíritu arquitectónico del Cluny de San Hugo. Y así se levantó (1141-1196) la *catedral de Langres*, en la que se consiguió la más completa *continuidad espacial* hasta entonces vista, con una homogeneización completa de todos sus alzados interiores, y con la supresión del crucero elevado, que se cerró con una bóveda nervada del tipo de las de Durham, al mismo nivel que las restantes de la nave, todas cuatrimpartitas. Nació así la «**integración espacial completa**», que caracterizaría en adelante a todas las catedrales góticas. (Ver gráfico de 4ª fase).

D) *Período protogótico* (de 1140 a 1200). Escenario: el «Dominio Real» francés

En el hasta entonces dormido ámbito del *Dominio Real* francés<sup>4</sup>, con la ya pujante corte parisina de los Capetos, empiezan a construirse iglesias y basílicas en las que



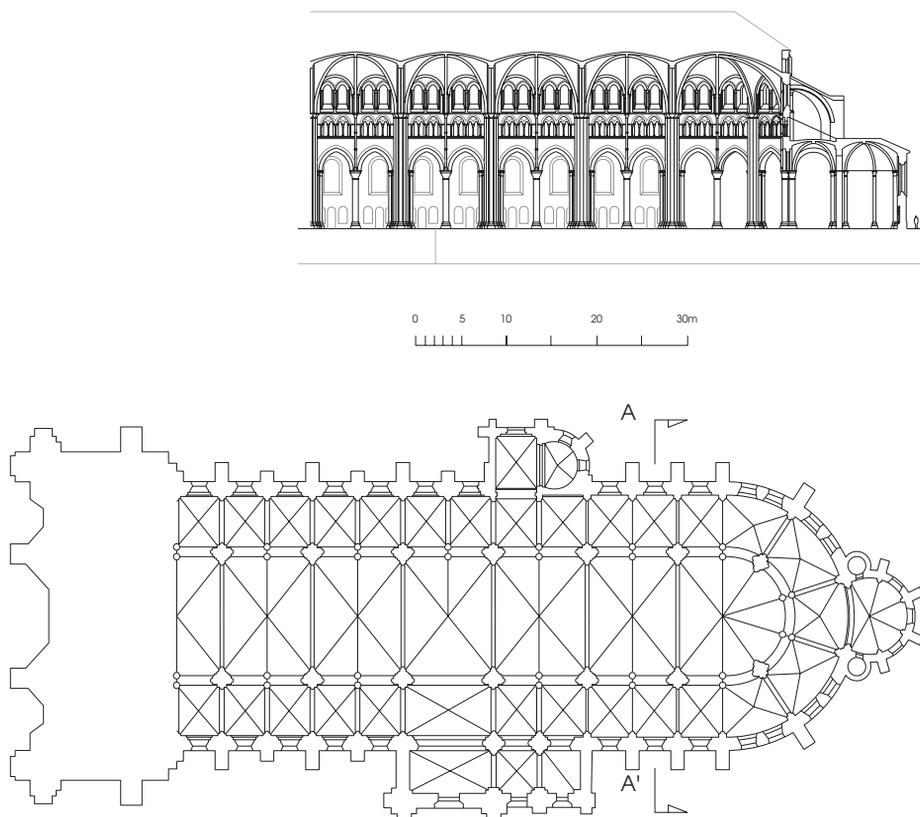
**4ª fase: Integración espacial (período de transición)**

*Nave-coro profundo-santuario con techo de bóvedas nervadas a un mismo nivel. (Catedral de Avila, h. 1080)*

<sup>4</sup> En ese ámbito no se había producido hasta entonces prácticamente actividad alguna de carácter románico de cierta importancia.

los arquitectos experimentan la nueva técnica constructiva del «árbol portante gótico», derivada de la aplicación de la bóveda nervada. Y lo hacen aprovechando todas las enseñanzas de sus predecesores los *borgoñones* y los *normandos* con los mismos elementos que ellos manejaban (los que hemos relacionado hasta aquí) pero adaptados a las nuevas condiciones estructurales derivadas del comportamiento mecánico de las nuevas bóvedas, que llevan las cargas a las esquinas de los espacios que cubren.

Los avances que se producen son espectaculares, y se logran cambios que hacen más gráciles y luminosas las nuevas basílicas. Tal es el caso de la iglesia abacial de *St. Germer de Fly* (1140), probablemente la obra más antigua que existe entre las que utilizaron los nuevos métodos derivados del *árbol portante gótico*. Posee todos los elementos básicos del románico, aunque, —eso sí—, muy evolucionados: el *pilar compuesto* es ya un haz de columnillas que suben hasta la cubierta y allí se ramifican formando los nervios de las bóvedas nervadas cuatrimpartitas oblongas (una por cada tramo de la nave) los arcos son ya apuntados (aunque los del triforio son todavía de identidad románica), *la articulación* de los muros se acusa poderosamente con el quintuple grupo de columnillas verticales que marca los tramos y se produce **la integración espacial** que es la misma de Langres de la que fue sin duda contemporánea. Por último, los empujes de las bóvedas son ya claramente contrarrestados con **los**



**5ª fase: Integración espacial (período protogótico)**  
Catedral de Sens, h. 1040-50

**arbotantes** que pasan por encima del segundo piso de las naves laterales, y a los que los arquitectos franceses comienzan a tratar arquitectónicamente como partes importantes del diseño general (y no como hasta entonces, simples elementos auxiliares destinados a impedir la ruina del edificio).

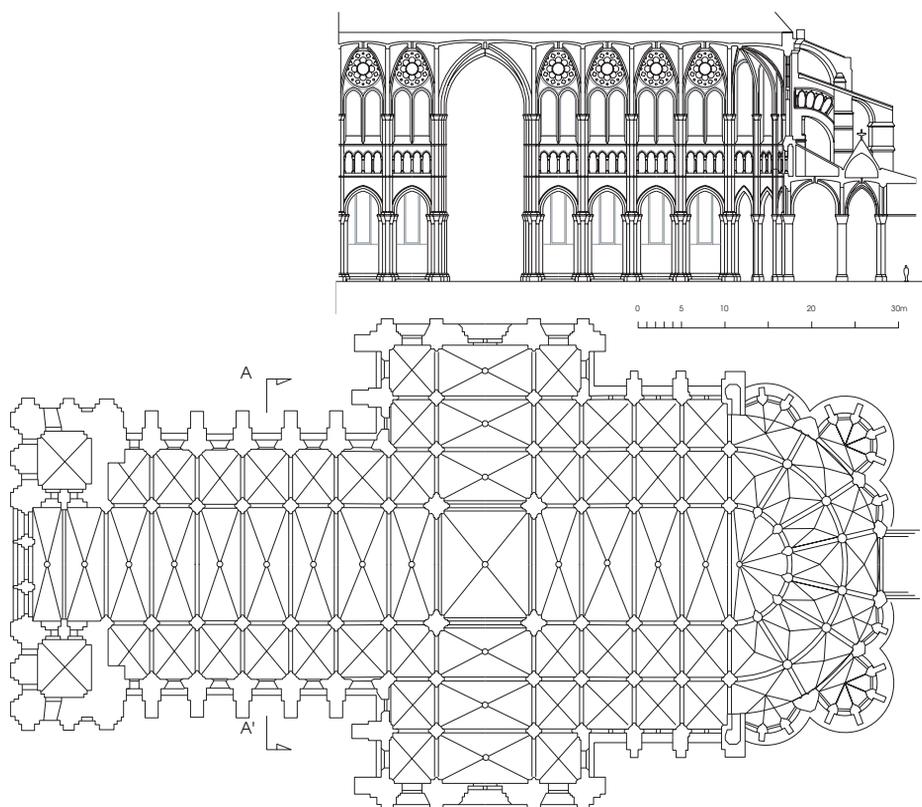
En aquellos años de la cuarta década del siglo XII se construyó también la Catedral de Sens (ver gráfico 5ª fase), primera basílica de gran porte de espíritu claramente gótico, con bóvedas nervadas sexpartitas, como las pioneras de la Abadía de los Hombres de Caen, que combinaba los pilares compuestos con columnas exentas (sistema alternativo), tenía tribunas y ventanales dobles cobijadas por los nervios formeros de las bóvedas, y en su composición estaba más clara que nunca la *integración espacial* anglonormanda.

Por entonces se levantó también la cabecera de la Abadía de St. Denis, en cuyo doble deambulatorio el abate Suger logró deslumbrar al mundo con la belleza de los nuevos espacios góticos que lo conforman, en los que se perfeccionaron las fórmulas de St. Germer de Fly.

Tras unos años en que con las nuevas técnicas de construcción de estructuras de piedra se construyeron las catedrales de Noyon, Senlis, Laon y Soissons, los arquitectos de Ile-de-France emprendieron en 1163 la construcción de Nôtre-Dame de París, que doblando en superficie a la de Sens superaba en dimensiones a todas las abaciales románicas construidas hasta entonces, contando con cuatro pisos, cinco naves y una enorme cabecera monumental de «coro profundo». En Nôtre-Dame está presente la *grandeza* de los interiores otonianos, y la *integridad espacial* anglonormanda encuentra su más majestuosa expresión. Sus arquitectos sustituyeron el *pilar compuesto* por fuertes columnas exentas aunque manteniendo el sentido de aquél, al hacer arrancar desde sus enormes capiteles los haces de columnillas que lo contornean, y que tienen su respuesta en los nervios de las *bóvedas* sexpartitas de la cubierta, en los *arcos apuntados* de planta baja, y en los de los *triforios* de las *tribunas* de la segunda planta.

En adelante continuó el proceso evolutivo del gótico con el mantenimiento de los elementos arquitectónicos básicos heredados del románico, con diferente utilización de unos u otros según las regiones. Se mantuvo sin excepción alguna la *cabecera monumental* nacida el año mil en San Martín de Tours. La *torre hueca*, que desapareció en el ámbito francés, se mantuvo en el inglés constituyendo una de sus invariantes más preciados en las épocas «english gothic» «decorated» y «perpendicular» (catedrales de York, Lincoln, Hereford, Gloucester o Worcester). El *crucero elevado* con cúpula, que tampoco pervivió en Francia fue en cambio en España un elemento muy utilizado y de gran éxito en el período «isabel» con sus versiones estrelladas y caladas (recuérdense las catedrales de Burgos, Tarazona, la Seo de Zaragoza). La tribuna se empleó en Francia por última vez en Nôtre-Dame de París y fue sustituida por el triforio seguido que había nacido en la gran abacial románica de Cluny II y sido muy empleada por los normandos (Trinité de Caen, Lessay, Bosherville, Rouen). El *pilar compuesto*, cuyo antecedente más lejano vimos en Lombardía en 1030, se generalizó en las catedrales góticas haciéndose cada vez más estilizado y complejo (Reims, Amiens, Bourges, Lincoln, Lechfield, Milán, Toledo, Burgos, León) hasta convertirse en un haz de columnillas o nervios más allá del siglo XIII (Beauvais, St. Denis, Canterbury, Winchester, Viena, Sevilla, Salamanca, Astorga).

Pero sobre todos estos elementos de raigambre puramente románica, y como artífices básicos de las grandes catedrales francesas destacan *el árbol portante gótico* y *la continuidad espacial*. El primero, que fue elemento esencial para las nuevas estructuras de piedra, fue el resultado final de la investigación continuada a lo largo de más de cien años en Lombardía para lograr la *bóveda nervada*. Y la *continuidad espacial*, a cuya evolución hemos asistido y que estaba basada en el «coro profundo» normando, se consumó en 1127 en Norwich en tiempos del obispo H. De Losinga, y más tarde en la borgoñona Langres pasó a ser *integración espacial completa*. Con ello se consiguió la *homogeneización total* de los interiores de la basílica, al suprimirse el crucero elevado cerrando los techos con una sucesión de bóvedas nervadas a un mismo nivel, desde la Capilla Mayor hasta los pies del templo. Y una misma ordenación de los alzados de tres pisos (compuesta de arquería baja, triforio seguido y claristorios) dio toda la vuelta al *gran espacio interior cruciforme de las basílicas*, que integraba la nave central, los transeptos, el coro y la Capilla Mayor. (Ver gráfico 6ª fase)



**6ª fase : Integración espacial total en el período gótico más puro**  
*Catedral de Chartres (1194-1260)*

## UN MÉDICO MUY ESPECIAL. La sabiduría curativa del beato Míguez, fundador de las Calasancias

CARMEN GUIRADO RODRÍGUEZ-MORA

### INTRODUCCIÓN

«No sólo curar la enfermedad del *hic et nunc*, sino  
prevenir la posible *morbilidad futura*».

Estas palabras —reveladoras de la honda sabiduría del P. Míguez— fueron pronunciadas ante célebres Doctores de la Universidad de Sevilla, en un homenaje que le dedicaron, por haber curado a un Catedrático de derecho, desahuciado por los Catedráticos de Medicina de dicha Universidad. Presidían el acto los Señores Infantes de Orleáns y autoridades de Cádiz, Huelva, San Lúcar de Barrameda y Salamanca.

Podemos decir que el P. Míguez ha tenido la clarividencia de precisar, en sus enseñanzas, y en su actuar —eminentemente humanitario— las bases de la futurología, ciencia especial, que hoy aceptamos como base de muchas actitudes y actuaciones, pero sin dañar a la generación del mañana. Míguez procuraba siempre evitar errores. Tenía la sabiduría innata, recibida como un carisma especial.

Intentaré perfilar su fisionomía y figura en la totalidad de su grandeza, pues posee multitud de facetas. Aquí, con todo, me limitaré a su proyección médica, como digno galeno de su época, y a su farmacopea, que le proyecta a crear un laboratorio que lleva su nombre, y persiste actualmente.

Con ocasión de su beatificación, el P. Isorna nos habla del P. Faustino Míguez, y la M. Sacramento Calderón ha escrito una clarividente biografía suya, titulada: *Buscando la voluntad de Dios*. Ambos autores nos ayudan a descubrir su personalidad.

El P. Míguez era gallego, por eso su foto aparece junto a un «cruceiro» en un cruce de caminos de Celanova (Orense). El brazo izquierdo de este «cruceiro» señalaba hacia *Xamirás*, lugar de su nacimiento. Consta que su primer paseo a Celanova —tierra de San Rosendo— le impresionó, y debió de marcar su psique de niño, ya entonces observador e impresionable. El Monasterio de Celanova es uno de los monumentos más grandiosos del barroco orensano. En su huerta se conserva una capilla granítica mozárabe. Ante la cruz pétrea se quedó como extasiado. Y, conocida su vida de estudiante, su «diátesis», podemos imaginar sus silenciosos diálogos con el Crucificado.

Como señalé en otra ocasión, el P. Míguez fue destacado especialista en medicina psicosomática. Es conveniente que diga mi itinerario de estudiante: Una de mis asignaturas de Tesis la cursé con Marañón, y dejó su impronta fuerte en mí. Tuve que definir lo que era la medicina para mí, y al definirlo, me autodefinía yo misma ante el docto doctor. Creo que di mi respuesta personal: «Es la ciencia del saber, ante todo, anatomía y fisiología, a la vez que el saber aplicar lo que debemos saber, y saber lo que debemos aplicar». Estas palabras permanecieron escritas un tiempo en la tablilla, y fueron objeto de análisis detallados. Marañón tenía como profesor adjunto a Vicente Pozuelo, quien organizó un par de años después un cursillo sobre la urgencia de hacer medicina con sentido psicosomático. Asistí a dicho cursillo, invitada por él, y me confesó que fue mi definición la que le inspiró su cursillo. Era una visión humanitaria la que modeló mi aprendizaje.

Otro doctor y escritor extraordinario fue el gallego Juan Rof Carballo, que acuñó la fórmula de la «urdimbre afectiva». Él establece la escuela psicosomática de profunda influencia psiquiátrica. Conocí, pues, plenamente ambas tendencias: La psicosomática hipocrática, y la psicosomática psiquiátrica. Creo que no se trata de teorías enfrentadas, sino complementarias. Desde ellas, analicé cómo fue la actividad del P. Faustino con los enfermos. Y vi claramente que ejercía esa simbiosis de ambas posturas.

## **ALGUNOS DATOS BIOGRÁFICOS**

Nace en la aldea de Xamirás (Orense), y es bautizado en la parroquia de Acebedo del Río, cerca de Celanova, el 24 de marzo de 1831. La historia de su vida personal y profesional está arraigada en su propio hogar, formación cristiana, estudios, sentido de la responsabilidad, que, desde muy pequeño le marcó para siempre. Años después se manifestará como un sabio carismático en San Lúcar de Barrameda. Y los gaditanos acudían a sus consultas, confiados y seguros. Allí alcanza un exitazo extraordinario. Siendo un religioso silencioso y humilde, acuden a él, no solamente la gente del pueblo, sino Catedráticos de la Universidad Hispalense, y de otras partes de España. En el fondo, estaba su experiencia infantil de Celanova, con el tañido dulce de las campanas y el verdor de ese rincón galaico.

Decía Benavente que los hombres buenos habían tenido una niñez feliz. El niño Míguez aprendió, ya desde el hogar, a ver todo a la luz del misterio de Dios, desde su experiencia de un amor materno y paterno, que modelaron su existencia.

Era el cuarto hijo de la familia, y, por ser el más pequeño, le tocó vivir una cierta soledad, dado que sus hermanos eran mayores, y sólo podía relacionarse con sus amigos de infancia. Aprendió a amar la Naturaleza, y a descubrir la belleza del paisaje, bajo la luz tamizada de los atardeceres. La soledad vivencial crea personas sociables, por paradójico que pueda parecer. En ciertos aspectos, el P. Míguez me recuerda a San Agustín; sin que él haya tenido que pasar por experiencias de paganismo y cristianismo.

Tiene espíritu observador, y va reconociendo cada una de las yerbas y plantas medicinales. Más tarde, en Cuba, contará sus experiencias al respecto. A orillas del riachuelo crecían los acebos, planta que los druidas tuvieron por sanativas. Una vie-

jecita aldeana le cuenta preciosas leyendas de dichas plantas, que él va asimilando en su conciencia infantil; pero que le valdrán en su adultez serena equilibrada y ansiosa de saber más, y experimentar personalmente las virtudes de las plantas. En la escuela municipal destaca como muy estudioso y responsable. Y, a sus 16 años, decide hacerse religioso-sacerdote. Ingresa en Los Milagros, en Celanova, y aprende latín y humanidades. Su encuentro con un Escolapio decide su futuro: Ingresa en el noviciado de las Escuelas Pías. Era el 5 de diciembre del año 1850. después cursa sus estudios de filosofía y de teología; pero también matemáticas, derecho canónico, química, así como teología moral. La Historia natural, la física y la química le interesaron sobremanera.

En la parroquia de San Marcos de Madrid —que guarda para mí y mi familia recuerdos imborrables— fue ordenado de Diácono el P. Míguez, por el Cardenal Arzobispo de Toledo, el año 1855; y de presbítero, en el Burgo de Osma (Soria), el 8 de marzo del año siguiente. Dada su capacidad y juventud, es destinado a Cuba, donde los Escolapios fundan Escuelas y Colegios para la formación de maestros, que erradiquen el analfabetismo existente a la época en la isla colonial española. Se encuentra con el Arzobispo de La Habana, Antonio María Claret —más tarde fundador de los PP. del Corazón de María o Claretianos—, que había solicitado a España escolapios. A sus 26 años, el P. Míguez será uno de los que van a dejar su huella profunda en la capital cubana. ¡Coinciden, pues, dos Fundadores —de edad y categoría entonces muy distintas, pero de semejante espíritu creador— en la Cuba española de los primeros años de la segunda mitad del siglo XIX!

Era dura la tarea en Cuba, pero resultó benéfica y enriquecedora para el joven escolapio orensano. Enseñó desde agricultura hasta historia natural, pasando por geografía e historia, física y química. Y tuvo relación directa con los galenos y curanderos de la isla. Le interesó mucho su praxis, y aprendió el arte de hacer ciertas curaciones a base de medicina natural, diríamos hoy. Como sacerdote se interesó por las dolencias espirituales de la gente; pero también le preocupó siempre el sufrimiento humano y la forma precisa de suavizarlo, si no podía eliminarlo del todo. El ser humano era, para él, una unidad psicósomática, en interacción de ambos componentes inseparables, si bien distintos. A los escolapios se debió la formación seria de los cubanos. Mi abuelo —que vivió allí varios años, en sus «ingenios»— dejó escrito en un rotativo de la época: «Si a nivel militar se perdía nuestro imperio colonial cubano, a nivel de formación intelectual, gracias a la actuación de los escolapios, si no para España, sí por España, teníamos el orgullo de haber dado a Cuba unos inapreciables fundamentos culturales».

Bajo la supervisión del P. Míguez, los escolapios implantaron allí, en las Escuelas Normales, la horticultura y la cría de animales, trabajando, a la vez, en un Colegio de prácticas, donde se experimentaba aquello que se enseñaba.

En 1859 se siente muy enfermo, y escribe a su hermano José haciéndole saber que el dictamen de su médico es alarmante. Dormía poco, y el trabajo era febril. Parece ser que llegó a sufrir una seria «intoxicación» el técnico que importó, para sus colegios, de EE.UU. unos modernísimos gabinetes de física y química. Pero el P. Faustino supo curarle a tiempo y eficazmente. Allí aprende del P. Clerch mucha historia natural, mientras evangelizaba y hacía labor pastoral intensa. Se resiente en sus fuerzas, y se ve obligado a regresar a España con una grave afección hepática. Era el año 1860.

Entristecido abandona Cuba, y regresa a España, donde, más tarde, se sentirá con «carisma fundacional». Sin ser médico, logró curaciones; sin esta especialidad, dejó toda una farmacopea y recetas de medicaciones naturales, que todavía hoy se venden.

## ANÉCDOTAS Y DESTINOS

Vivo frente a la Embajada de Cuba. Hace un tiempo pasó por aquí una señora que me certificó que su abuelo, cuando era niño padecía mucho de estómago. Y «lo había curado un sacerdote escolapio español, al descubrir que lo que tenía era debido al agua que bebía». Era, ciertamente, el P. Míguez.

Regreso —para curarse aquí— de Cuba, al colegio de San Fernando. Y el 24 de julio de 1860 se le destina ya a dar clases a unos niños, él que podía ir a la Universidad. Pero admitió siempre la obediencia, como fraile consagrado, en cumplimiento de su voto.

Con el recuerdo de sus clases en Guanabacoa (Cuba), colecciona plantas medicinales y ejerce de bibliotecario, lo que le facilita conocer directamente aquellos tratados interesantes para ejercer la medicina. En 1869 dicta clases en el colegio de Sanlúcar de Barrameda, donde sobresale por sus conocimientos físico-químicos y botánico-médicos.

En 1873 es destinado al Escorial como bibliotecario, nuevamente. Aprovecha para seguir leyendo obras de medicina, y perfeccionarse en lenguas orientales.

Entre 1875 y 1878 ejerce de Rector en el colegio de Monforte de Lemos (Lugo): Enseña ciencias naturales, física, química, francés e inglés, sin olvidarse del cultivo de plantas medicinales. Dice textualmente el P. Isorna: «Su paso por Monforte dejó una estela de admiración por el fulgor de su sabiduría y de sus acendradas virtudes, grato resplandor de santidad».

Pero, cuando a primeros de septiembre de 1978 regresa a Sanlúcar, lleva en su mente la fundación de las *Calasancias de la Divina Pastora*. Nace así este Instituto femenino dedicado a la enseñanza, que actualmente está ya dividido en Provincias, y que guarda su cuerpo «incorrupto», su «botica» y las «fórmulas farmacéuticas» escritas de puño y letra, en Getafe. De nuevo el P. Isorna sintetiza su espíritu, al decirnos que era «jovial, alegre, cercano, exigente, amable, comprensivo, dialogante, paciente orientador, atento constantemente al desarrollo psicológico de sus alumnos». Yo añadiría que, además, atento siempre a su desarrollo psico-físico, buscando la integración de la personalidad de alumnos y alumnas.

Desde 1885 hasta el día de hoy su Instituto de Religiosas Calasancias se extiende por toda España, de Andalucía a Galicia, pasando por Madrid, así como a otros países: Chile, Argentina, Uruguay, Colombia, Nicaragua, Ecuador, Costa Rica, Guinea Ecuatorial, Camerún... En España están presentes en Sanlúcar, Chipiona, Villamartín, Martos, Sevilla, Granada, Getafe, Monóvar, Aspe, Daimiel, Beas de Segura, Madrid, Almazán, Belacázar y Alicante. Y su tierra natal, Galicia, las acoge con gozo y gratitud, en Monforte de Lemos, Orense, Pontevedra, Dorrón, Vigo, Coruña y Santiago de Compostela.

Escribieron sobre él: la madre Sacramento, el escolapio P. José Cerdeiriña, el historiador gallego Jesús Taboada, Couceiro Freijomil (1952), Cesáreo Gil Atrio y los Obispos Leopoldo Eijo Garay, Obispo-Patriarca de Madrid-Alcalá —que presidió la sesión de apertura de su Beatificación—, y el Obispo de Astorga y Cartagena, escolapio y orensano, Padre Vicente Alonso y Salgado.

## **CURABA MEJOR QUE MUCHOS MÉDICOS**

Esto es comprobable, y forma parte de su vida. En él se cumplen las cualidades que requiere el Dr. Gregorio Marañón para ejercer la actividad médica:

«Si ser médico es entregar la vida a la misión elegida;  
si ser médico es no cansarse de estudiar y tener todos los días  
la humildad de aprender una nueva lección cotidiana;  
si ser médico es hacer de la ambición nobleza,  
del interés generosidad, del tiempo destiempo,  
y de la ciencia servicio al hombre, hijo de Dios;  
si ser médico es amor, infinito amor a nuestro semejante  
y acogerlo, sea quien sea, entonces  
ser médico es la divina ilusión de que el dolor sea goce,  
la enfermedad salud, y la muerte vida».

Palabras que parecen una radiografía de nuestro fraile, profesor, en poder del don curativo, fruto de su sensibilidad y tenacidad en experimentar y seguir siempre aprendiendo, en libros, y en el ejercicio de la fraternidad, no solo ayudando en el espíritu, sino asimismo en los aspectos psico-somáticos del ser humano.

Sus destinos variados, la fundación de las Calasancias de la divina Pastora, sus clases a niñas analfabetas de Andalucía; su cultivo de plantas medicinales en Monforte de Lemos; el mismo sufrimiento que supuso que cierta clase médica, en Sanlúcar, se opusiese a sus actividades de curar enfermos; los diversos traslados..., todo fue para él ocasión de perfeccionarse en su conocimiento y amor al ser humano. Curó a médicos, a hijas de Doctores; y llevó el consuelo a la misma Reina Regente María Cristina, angustiada por el tratamiento de los mejores médicos de la Corte madrileña, al ver que su pequeño Alfonso —que sería el Rey Alfonso XII— a sus 4 añitos, se debatía entre la vida y la muerte. Le sugieren acuda al P. Míguez, y éste fue llamado a Palacio, y se realizó el prodigio: ¡El niño se curó! Muchos médicos, más tarde, le rindieron homenaje.

## **SUS PROCEDIMIENTOS MÉDICOS**

Utilizaba el sentido común y el arte de la medicina psicosomática, entregándose al enfermo, con paciencia, amor y sin limitación de tiempo. Recetaba medicamentos que hoy llamaríamos «naturalistas», que le ofrecían garantía, después de haber experimentado su eficacia.

Me decía el Dr. Rof Carballo, hablando de la urdimbre afectiva, que nosotros, los médicos, que intentamos serlo en el aspecto psicosomático, tenemos que tener siempre

presente el ideal, sin angustiarnos, esperando en la capacidad del ser humano, y siendo consciente de las limitaciones.

En suma, el P. Míguez, sobresalió en el don de la sanación; y destacó en la caridad para con el hermano, que hace siempre maravillas. Su beatificación es la prueba mayor de que logró —en medio de ciertas persecuciones médicas, en Sanlúcar, sobre todo— no perder nunca su ánimo, al contrario fue medicina para quien sufría, y supo compartir con él penas y alegrías. Cuando devolvía la salud a un enfermo, se estaba identificando con Cristo mismo, que dijo: «Yo soy la Vida». ¡Podría proponerse como Patrono de quienes ejercen la Medicina psicosomática!

**EL TENIENTE GENERAL D. FELIX COLON (1752-1820).  
RETRATADO POR FRANCISCO DE GOYA,  
PROTECTOR DE LA ANTIGUA ESCUELA DE  
VETERINARIA DE MADRID EN 1799. APORTACIONES  
A SU BIOGRAFIA \***

JOSÉ MANUEL PÉREZ GARCÍA

**LA FAMILIA**

D. Félix Colón de Larreategui, nació en Madrid el año 1.752, perteneciente a la noble familia vizcaína de los duques de Veragua descendientes de Cristobal Colón.

Su padre D. Pedro Colón de Larreategui, fue Caballero de la Orden de Alcántara, Colegial en el Mayor de San Salvador de Oviedo de la Universidad de Salamanca y Catedrático de Digesto de la misma. Obtuvo con la toga los empleos de Fiscal de la Real Chancillería de Granada, Oidor y Gobernador de la Sala de la misma, Regente de la Real Audiencia de Barcelona, Fiscal del Real y Supremo Consejo de S.M., Consejero, Gobernador de la Sala de Alcaldes de Casa y Corte, y Camarista del mismo. Gobernador interino del Consejo en 1.769, por Real Decreto del rey Carlos III, por ausencia de su Presidente, el Excelentísimo Señor Conde de Aranda.

D. Pedro Colón falleció el día 14 de febrero de 1.770.

Además de nuestro biografiado, es de interés mencionar a otros hijos de D. Pedro: Mariano, Duque de Veragua, que fue Presidente del Consejo de Hacienda y Superintendente General de la Policía de Madrid, y José Joaquin, destacado Juez de Vizcaya, que perteneció al Consejo de Ministros, y Consejero y Alcalde de Casa y Corte. Ambos hermanos fueron amigos de Francisco Cabarrús, y Mariano con Gaspar Melchor de Jovellanos con el que trató sobre un proyecto para la construcción de un monumento a sus antepasados: los Colón.

---

\* Conferencia pronunciada en la Real Academia de Doctores de España el 2 de abril de 2003.

## SU CURRICULUM

En abril de 1.764 ingresó de Cadete en el Real Cuerpo de Guardias Españoles, y ascendió al empleo de Alférez en 1.773. Obtuvo el grado de Coronel en marzo de 1.791 y la efectividad ó empleo de Capitán de Guardias en octubre del año siguiente. Brigadier en diciembre de 1.793 y Mariscal de Campo en marzo de 1.810 y a Teniente General por Orden de 14 de Octubre de 1816.

Formó parte de la expedición de Argel en 1775, y al ejército del Rosellon en la guerra contra los franceses en 1793, siendo ayudante del General en Jefe D. Antonio Ricardos.

El 1 de Junio de 1794 fue destinado en el empleo de Brigadier al Ejército de Castilla la Nueva. El Rey Carlos IV le nombró uno de los Secretarios de la Junta de Generales que se formó en la Corte en el año de 1796 para la organización del Ejército y arreglo de las nuevas Ordenanzas. En abril de 1797 el Rey también le nombró Secretario de la Real Junta de Caballería del Reyno, en la vacante que dejó a su fallecimiento D. Antonio Pérez de Castro, en atención a sus servicios y mérito. Fue designado en diciembre de 1799 igualmente por S.M. el Rey para la Protección de la Real Escuela Veterinaria. Por Real Decreto de 18 de Noviembre de 1802 se unió la citada Junta de Caballería al Consejo Supremo de la Guerra, formando la Sala tercera, pasando a Secretario de la misma. Con fecha 16 de mayo de 1803 y por nueva estructuración del Consejo de la Guerra, fue jubilado con casi todos los Ministros que componían el Consejo «con todos nuestros sueldos, honores y prerrogativas». En marzo de 1808 con la elevación al trono del nuevo Rey, fue reintegrado al empleo de Secretario del Consejo Supremo de la Guerra, con todos los Ministros que habían sido jubilados, según hemos señalado.

A consecuencia de la entrada en Madrid el 4 de diciembre de 1808, de las tropas francesas, marchó a Sevilla el día 19 de febrero de 1809, «a buscar el legitimo Gobierno». El intruso Gobierno le confiscó todos los efectos que había dejado en su casa de Madrid, y además fue incluido en una lista que publicaron las Gacetas de Madrid en este mes, como traidor al Rey José y su hermano Napoleón.

Con fecha 7 de marzo de este mismo año de 1809, fue destinado a la Junta Suprema Central Governativa del Reyno, para ejercer de Secretario que era, del Consejo interino Supremo de la Guerra y Marina. El día 12 de junio de 1810 le nombró la Regencia Consejero, y al suprimirse el mencionado Consejo interino, por Decreto de las Cortes de 1 de junio de 1812, y creado en su lugar, el Tribunal especial de Guerra y Marina, se le designo Ministro del mismo, en clase de Militar.

Fue nombrado en 1814, Ministro de la Cámara de Tribunal Supremo de Guerra y Marina, declarado en 1815 con iguales y honores y prerrogativas que la Cámara de Castilla. En este mismo año de 1815, fue designado representante de España de la Comisión mixta encargada de la demarcación de limites de esta y la francesa, como consecuencia del Tratado de paz entre ambas, y en el año 1819 se le nombró para la redacción en el mencionado Consejo de las Hojas de Servicio de los Oficiales, Generales y Brigadieres, cesando en 1820.

Era Comendador de la Orden de Santiago, y Gran Cruz de San Hermenegildo.

## SU PRODUCCIÓN DE OBRAS JURÍDICAS

D. Felix Colon publicó *Formulario de procesos militares*, en 1782. Años después, el 20 de marzo de 1788, le fue concedido permiso para publicar el volumen I de su obra titulada *Juzgados Militares de España y sus Indias*, que tardó en su publicación, pues la censura no le aprobó el prólogo a este I volumen, hasta que no eliminara del mismo algunos párrafos y modificara otros. El autor en este prólogo reconoce las dificultades para la publicación, y que tardó en total nueve años. Publicó los cuatro tomos de esta obra en 4º, entre los años 1788 y 1789.

En el año 1798, apareció su *Compendio de los Juzgados Militares para uso de los Corregidores y Alcaldes de los Pueblos de España*, dos tomos en 4º.

## RETRATADO POR FRANCISCO DE GOYA

Las obras jurídicas que hemos señalado tuvieron gran éxito, hasta el punto que algún biógrafo del genio aragonés considera a Felix Colón jurista, y no militar, su profesión. Por ello no debe sorprender que el universal pintor las inmortalizó representándolas encima de la mesa en el retrato que hizo a nuestro personaje. Otros biógrafos no refieren, este retrato, de los varios que pintó y están dispersos en España, y en diferentes países. No debe olvidarse que los retratos constituyen un plato fuerte en la producción de Goya.

El autor Nigel Glendining a sugerido que quizás su hermano Mariano Colón, amigo de Gaspar Melchor de Jovellanos, influyera para que este, gran admirador y amigo de Goya, y que como otros asturianos que también retrató (Ceán Bermudez, Ramón de Posada y Soto, Antonio Noriega y Bada, etc.); tanto le ayudó en el ascenso artístico y social de la Corte, le pusiera en relación con el pintor para que le retratase. Incluso por intervención de Francisco Cabarrús, gran amigo de su hermano Mariano. Así lo hizo el genial baturro utilizando un retrato convencional con el que había trabajado a finales de 1780 para el marqués de Bajamar.

El cuadro de Felix Colón está datado en 1794. Hacia 1865 su propietario era el Conde de Robles, director de La Perseverancia, diario Católico de Zaragoza. En la actualidad se encuentra en el Museo de Arte de Indianápolis (USA) desde 1975, en la colección herederos J.L.Killy.

En opinión de Jeannine Baticle conservadora del Museo del Louvre, autora de una biografía titulada *Goya* (Crítica, 1995) ha escrito «que en su opinión es uno de los retratos de Goya que posee más penetración psicológica. Expresión altiva pero natural, porte grave de gran señor y oficial superior, y sin embargo la pequeña boca entreabierta, la mirada inteligente que intenta entablar un mudo diálogo entre el pintor y su ilustre modelo, quien trata de comprender cómo es capaz este sordo de rivalizar con el creador a la hora de personificar a una de sus criaturas. La colocación es, como siempre impecable, y sabe destacar al máximo las características individuales partiendo de una postura clásica. La esmerada factura es de una habilidad diabólica.».

El pintor D. José Bueno verificó en el año 1820 una copia del cuadro de Goya de Felix Colón, algo modificada, pues no respetó el uniforme y los rasgos faciales que aparecen en el del genio aragonés.



### **PROTECTOR DE LA ANTIGUA REAL ESCUELA VETERINARIA DE MADRID**

Con fecha 20 de diciembre del año 1799 le confirió S.M el Rey la Protección de la Real Escuela Veterinaria, única de España creada en 1792, con independencia de la Junta de Caballería a que estaba anexa. Sustituyó D. Felix Colón como Protector,

al Teniente General D. Luis de las Casas que la dejó vacante al ser destinado por el Rey del Gobierno militar y político de Cádiz, condecorándole con la graduación de Capitán General de provincia.

D. Felix Colón permaneció en su cargo de Protector, en una primera etapa hasta el día 26 de agosto de 1806, que presentó su dimisión a S.M el Rey, y que este aceptó. Posteriormente fue de nuevo nombrado para este destino, por la Junta Suprema Central con fecha del 30 noviembre de 1808, continuando hasta el 4 de abril de 1818, que fue destinado a dicha protección, el Inspector de Caballería D. Diego Ballesteros.

A pocos meses de hacerse cargo de la Protección hizo unas Ordenanzas para el régimen y gobierno de la Real Escuela Veterinaria de la Corte. En el oficio manuscrito de remisión de los mismos, enviado al Excmo. Sr. D. Antonio Cornel con fecha de Madrid 5 de agosto de 1800, le decía:

*«Excmo. Sr.*

*Incluyo a V.E. las Ordenanzas que he formado para el regimen y gobierno de la Real Escuela Veterinaria de esta Corte en cumplimiento de las Reales Resoluciones del 10 de Septiembre de 1797, 9 de Abril y 26 de Junio de 99 comunicadas a la Junta de Caballeria que he puesto io en execucion como Protector de este Establecimiento con absoluta independencia de dicho Tribunal.*

*He procurado ceñirme con la mayor exculpulosidad a las prevenciones que S.M. se digno hacer en la última Real Orden, quando devolvio a la Junta el primer Reglamento, que se arreglara al sistema de economía que obligan las actuales circunstancias, pues ascendiendo el total de gastos de aquel Reglamento a la cantidad de 405.400 reales al año; en el que ahora presento he conseguido un ahorro de 166.080 reales que es á quanto he podido reducirme.*

*Convendria, siempre que saliesen estas Ordenanzas con una Real Cédula de S.M. como están todas las que rigen en los Colegios de Medicina de Madrid, Cádiz, y Barcelona, y á este fin he puesto el principio y fin de esta Cédula por si fuese de la aprobación de V.E. pues sancionadas de este modo tendrían la autoridad de una Ley, y obligaría á todos generalmente su observancia.*

*Nro.Sor. gue. a V.E. ms.as.  
Madrid 5 de Agosto de 1800  
Exmo.  
Felix Colón Rubricado  
Exmo.Sor.Dn Antonio Cornel.*

También de su puño y letra escribió: *«Las Ordenanzas para la Real Escuela Veterinaria de esta Corte»*, que las inicia con el Índice de los títulos que contienen indicando los Folios donde están los mismos. Por su valor histórico transcribimos el índice de los mismos:

*Del protector (folio 1). Del primer Director (2). Del segundo Director (12). De los Maestros en general (13). Materias que han de enseñarse (18). Obras que han de enseñarse (21). Numero de Maestros que a de haver con esta enseñanza (22). Obli-*

*gaciones de los Profesores en las respectivas Catedras que esten a su cargo (23). Del Profesor de Anatomia (24). Del Profesor de Esplanologia e Hippofisiologia (26).*

*Del Profesor del Exterior del Caballo (27). Del Profesor de Patologia y Terapeutica (28). Del Profesor de Hospitales (29). Del Profesor de Materia Medica (35). Del Profesor de operaciones, vendajes y cirugia Veterinaria (36). Del profesor de Fragua (38). Del Profesor de Pharmacia (41). Del número de Alumnos que ha de haver y circunstancias que ha de tener para ser admitidos (44). De la compañía de Alumnos, Oficiales, Sargentos y Cabos de que ha de contar para atender a su interior goiervno y método que ha de seguirse en esté (53). Del oficial Comandante (55). De los Oficiales Subalternos (57). De los Sargentos y Cabos (58). Del gobierno interior de los Alumnos (59). Reglas generales para los Alumnos (67). De la Enfermería de los Alumnos (70). De las distinciones y prerrogativas que han de gozar los alumnos fuera de la Escuela (71). Del capellan (73). Del Mayordomo (75). Del Portero de Estrados (78). De los Porteros (79). De los Palafraneros y el Sota (80). Del cocinero (81). Del Gobierno de las Rentas de la Escuela (82). Del Contador (83). Del Tesorero (88). De la Catedra de Equitación (91). Fin del índice».*

Fueron aprobadas por S.M. con fecha 13 de septiembre de 1800, «menos cátedra de Equitación por ahora y plan de estudios que se adaptará conforme dictamen del Director de la Escuela Veterinaria de París». Este profesor, Mr. Gisbert, se encontraba en aquellas fechas en España comisionado para adquirir ganado ovino para su país, pero al fallecer inesperadamente el 7 de aquel mes en Sigueruelo (Segovia), y no haber entregado el informe solicitado sobre el Plan de Estudios, S.M. ordeno en oficio fechado en San Ildefonso, el 16 de este mes de septiembre, se recogiese inmediatamente dicho documento, y le fuese remitido, para pasarlo a otra autoridad para examen.

Ante la actividad y entrega de D. Félix Colón como Protector de la Real Escuela y la redacción de las Ordenanzas, hizo que el Rey quedara satisfecho de su celo y comunica «le señala 10.000 reales de gratificación anual que ha de pagarse de fondo.».

La nueva Real Ordenanza obligaba a que los alumnos y profesores, vistieran uniforme y un mayor control en la disciplina militar de los alumnos procedentes de los Regimientos.

Esta organización castrense de la Escuela de Veterinaria motivó que se considerase un Centro Militar de Enseñanza, apareciendo por primera vez en el Estado Militar de España de 1800, y continuando su publicación hasta el año 1841 en el que cesó la Protección militar de la misma.

D. Félix Colón desde su incorporación a la Protección de la Real Escuela Veterinaria, tuvo gran actividad inicialmente con la redacción de nuevas Ordenanzas para la misma, como hemos señalado. Años después, propuso al Príncipe de la Paz hacer un Diccionario Histórico de Veterinaria, que llevarían a efecto los profesores de dicha Escuela. En relación a esta propuesta, transcribimos unos documentos manuscritos (que se encuentran en la Sección de Manuscritos de la Real Academia Nacional de Medicina), de D. Félix Colón, completos, por su valor histórico se copian:

El primero dice:

*«Muy Sor. mio: En 30 de Abril de 1802, se dignó el Exmo. Sor. Generalísimo Príncipe de la Paz aprobar un Plan que le propuse para la formación de un Diccionario Histórico de Veterinaria que havian de escribir los Profesores de ella en los terminos que expresa la adjunta copia que incluío. A su consecuencia ha presentado el Profesor Dn. Joaquin de Villalba concluida la parte de Higiene, ó Arte de conserbar la salud de los Animales Domesticos, y de la economia rural veterinaria que se le encargó y forma un Diccionario compuesto de cinco tomos en quarto, y en otro aparte el Discurso preliminar: Y en cumplimiento de lo acordado en uno de los artículos de dho. plan, los dirijo a V.S. para qe. haciendola presente a la Academia Medica, como á uno de los cuerpos científicos de Medicina establecidos en esta Corte tan acreditado por su justo concepto y tareas literarias en España y fuera de ella, se sirva examinarlos con aquel celo y prolixidad tan propia de su instituto, y vea principalmente si el Autor desempeña el objeto de la obra que se le mando escribir así en la parte histórica, como en el lleno de conocimientos que debe comprender, tratando las materias no diminutamente sino con aquella Maestria y extension que pide el Sor. Generalísimo en el art. 3º del adjunto plan, y hecho se servirá V.S. devolvermelos con la censura ó informe que tenga a bien de dar la Academia, para qe. haciendolo presente a V.E. se digne acordar en su vista lo que tenga por conveniente, en quanto a la concesión ó denegacion de la licencia para su impresión.*

*Nro. Sor. gue. a V.S mos. as. Madrid 25 de Enero de 1805.*

*B.L.M. a V.S*

*Su mas atento servior.*

*Felix Colon. Rubricado*

*Sor. Dn. Antonio Franseri.»*

El plan que aprobó el Príncipe de la Paz, y se transcribe integro, por su importancia, fue redactado por D. Felix Colón.

Dice este segundo documento:

*«Plan aprobado por el Exmo. Sor. Generalísimo Príncipe de la Paz para la formación de un nuevo Diccionario de Veterinaria compuesto por los Directores y Maestros de la Rl. Escuela establecida en esta Corte.*

*1.º Para la mayor claridad y sencillez de esta grande obra, se diviáiran las materias en Diccionarios separados como lo han executado los Franceses en su Enciclopedia metodica, en la qual, la parte de Jurisprudencia forma un Diccionario dividido en dos Tomos, el Arte Militar otro, y así sucesivamente de todas las demás, componiendo cada una su Diccionario particular con lo qual se logra tener reunido y coordinado en uno ó dos tomos lo perteneciente á un solo ramo, y es mas fácil su lectura é instrucción.*

*2.º Del mismo modo se ha de componer este Diccionario de Veterinaria en diez, ó mas tomos con separacion de materias: por exemplo, un Diccionario que comprenda la Cirugia Veterinaria, operaciones, y Vendages: otro de la Patologia, ó Tratado de Enfermedades; otro de Fisiologia; otro de Anatomia; otro de la parte de Higiene,*

ó Arte de conserbar los Animales domesticos, y de la Economia Rural Veterinaria que les pertenece, y así de los demás.

3.º Estos particulares Diccionarios segun la asignación de Materias, han de ser historicos y completos, tratándose todas las materias de intento con toda la extension posible y con presencia de los nuevos descubrimientos que se hayan echo en la Ciencia Veterinaria y sus auxiliares, y quanto han escrito los mejores Veterinarios.

4.º Para facilitarles este trabajo se daran a dhos Profesores todos los Libros que necesiten haciendo venir de Francia é Inglaterra las mejores obras de Veterinaria, Medicina, Cirugia, Botánica, Quimica, etc. que pidan, y para el auxilio de papel, y escribientes, se les asistira á cada uno con una consignación de trescientos ducados anuales de los fondos de la Escuela que les continuará como sobre sueldo concluida que sea la obra de que cada uno esté encargado, y teniendo las correspondientes aprobaciones.

5.º A este fin luego que cada uno haya acabado su trabajo, lo presentará al Protector Gefe de este Establecimiento, a fin de qe. lo haga examinar por cualquiera de los Cuerpos científicos de Medicina ó Cirugia establecidos en esta Corte, y estando aprobado, se imprimirá á costa de la Escuela, y reintegrada esta del importe que haya adelantado, se dexará la impresión a su Autor para su utilidad. Madrid 30 de Abril de 1802.

*Es copia de la original que existe en mi poder. Madrid. 25 de Enero de 1805.*

Felix Colon. Rubricado.»

A handwritten signature in black ink, reading "Felix Colón". The signature is written in a cursive, flowing style with a large, decorative flourish at the end.

Otro documento manuscrito de Felix Colón relacionado con el mencionado Profesor de la Real Escuela de Veterinaria, D. Joaquin Villalba, y el Diccionario de la materia que le asignaron, se transcribe:

«Muy Sor. mio: Joaquin de Villalba Profesor de la Rl. Escuela Veterinaria de mi cargo, con fecha de 26 del corriente, me dice lo que sigue.

Sor. Protector= Para corregir algunos artículos del Diccionario de la Higiene y economia Rural Veterinaria, se hace indispensable qe V.S. se sirva pasar á la Rl. Academia Medica un oficio para qe se me entregue por haverlo determinado así ayer en la Junta.»

En su consecuencia, y no habiendo por mi parte ningun inconveniente en que se le entreguen a Villalba los Quadernos de que trata su oficio pa. los fines qe expresa;

*podran V.SS. ejecutarlo si lo tienen por conveniente y no les hace falta para evacuar la censura que manifesté a V.SS. en mi oficio de 25 de Enero último.*

*Nro. Sor. gue a V.S. ms. as. Madrid. 30 de Abril de 1805.*

*Felix Colon. Rubricado.*

*Sor. Dn. Antonio Franseri. «*

D. Félix Colón por aplicación de una R.O. de 26 de agosto de 1806, cesó en sus funciones al director de la Real Escuela Veterinaria, D. Segismundo Malats, obligándole diese una satisfacción al Protector, quien también cesó en dicho cargo, y en igual fecha. Estas destituciones obedecieron a la conducta del director, para con el Profesorado y el propio Protector. Ambos años después serían repuestos en sus cargos en 1808.

## **RETIRO Y FALLECIMIENTO**

D. Félix Colón en el año 1820, al quedar cesante en su último cargo, marchó a Arnedillo, donde falleció el día 23 de septiembre de este mismo año.

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dña. Mercedes González-Amezúa, conservadora-jefe del Museo de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando de Madrid, por facilitarnos información sobre el retrato de D. Félix Colón, de Goya, que merece nuestra gratitud por tan generosa ayuda.



## NATURALEZA Y SENTIDO DE LA PUBLICIDAD REGISTRAL Y DEL DERECHO A LA INTIMIDAD

JESÚS LÓPEZ MEDEL

### 1. ANTECEDENTES HISTÓRICO-FILOSÓFICOS

La ambientación del tema, como en buena parte ocurrió con mi «añeja» tesis doctoral<sup>1</sup>, no está sólo en una aproximación práctica o positiva —que la tendrá—, sino en la óptica iusfilosófica que pueda ayudar —como diría RENARD— a salir del torbellino de las frondosas aguas, y de las tormentas, a las tranquilas y serenas fuentes de la filosofía. Este perfil —no excluyente de otros— puede ayudar a discernir o completar, y en todo caso a reflexionar, sobre la problemática —algunos hablan de alternativas— acerca de la publicidad registral y del derecho a la intimidad.

Es significativa la escasa literatura jurídica al respecto, a lo largo ya lo ancho de la numerosa doctrina hipotecaria de las resoluciones o jurisprudencia constitucionales<sup>2</sup>. Y es un dato positivo, en tanto en cuanto que los acontecimientos políticos, sociales, humanos, económicos y de toda índole que surgieron en la génesis de la Ley Hipotecaria de 1861, hasta la articulada de 1946, no han sido menos poliédricos que los actuales en los que brota la cuestión, bien planteada, ya modernamente por PRADA ALVAREZ BUYLLA, «*La publicidad registral y el derecho a la intimidad*», Discurso de Ingreso en la Academia Asturiana de Jurisprudencia<sup>3</sup>, luego publicado en la R.C.D.I., 1992.

Aquel documento, sirvió de base para glosar —y en buena parte contraponer— los nuevos supuestos constitucionales o los fácticos o de la realidad social (art. 3 del Código Civil), acerca de una manera distinta de entender la *publicidad formal*, tanto

---

<sup>1</sup> En «*Teoría del Registro de la Propiedad como servicio público*» (1ª. Ed. 1958; 2ª. Ed. 1959; 3ª. Ed. 1991- Colegio de Registradores), donde tuve ocasión de reflejar los aspectos iusfilosóficos que ambientaron la primera Ley Hipotecaria de 1861, como ocurrió con el BGB alemán y ABGB austriaco, inspirados éstos en las bases del iusnaturalismo racionalista y en una criteriología, serenamente formulada, de la seguridad jurídica, bien común, orden normatizado, valoración del individuo sujeto de derechos, etc.

<sup>2</sup> V.n. trab. «*Alonso Martínez, en el proceso codificador, civil e hipotecario*», R.C.D.I., 1992; y «*Fernández Cuesta, jurista, reformista hipotecario*», R.C.D.I., 1993.

<sup>3</sup> Llevaba una apostilla interesante de GARCIA ARANGO, aludiendo al riesgo de una «manipulabilidad de datos» que se obtuvieren de los Registros.

la del art. 221 de la Ley Hipotecaria (L.H.) —con su desarrollo reglamentario— como la del art. 607 del Código Civil, que proclama, en síntesis, la publicidad «*para quienes tengan interés conocido en averiguar el estado de los bienes inmuebles o derechos reales inscritos o anotados*».

Tal análisis fue una aportación inédita y especial publicada en mi libro «*Propiedad Inmobiliaria y Seguridad Jurídica. Estudios de Derecho y Sociología Registral*» (editada por el Colegio de Registradores de la Propiedad y Mercantiles de España. Centro de Estudios Registrales. Madrid 1995. Segunda Parte. *Seguridad Jurídica Registral*. Capítulo IX. *Publicidad Formal* art. 221 L.H.: *Naturaleza y efectos extraregistrales*, págs. 183 a 209). Doy en este texto principal la referencia, porque el trabajo de PRADA ALVAREZ BUYLLA<sup>4</sup> fue un verdadero estímulo para la indagación más precisa sobre varios capítulos de mi obra, como el titulado «*Filosofía de la institución registral y cambio social*», que de alguna manera está muy relacionado.

También había, en nuestro análisis, experiencias vividas, muy directas, en los Registros de la Propiedad que allí se citan y en unas coyunturas y sucesos especiales, y aún excepcionales, que llevaron —entre otros extremos— a que certificaciones o «manifestaciones registrales» ocuparan —transcritas— algunas primeras páginas de las revistas de opinión y aún de sociedad. Aparte de problemas parecidos a los que dio lugar la conocida Resolución de la Dirección General de los Registros y del Notariado de 22 de Febrero de 1991, se citaban las consideraciones prácticas —adoptadas por mi parte— y orientadas en el sistema austriaco, a fin de ponderar la publicidad formal respecto a «terceros», en base a una comunicación o contacto para aquellos a los que podría erosionarse su intimidad. También se recogían las escasas resoluciones «históricas» sobre intromisiones en la labor «informativa» o «exhibidora» de libros registrales. Con todo lo cual llegábamos a unas conclusiones muy precisas: de un lado, sobre la vigencia de los citados y «controvertidos» artículos 221 de L.H. y 607 del Código Civil, sin atemperaciones, tanto de signo social como de signo constitucional o político, e insistiendo en que frente al «agiotismo» y al uso desmedido era necesaria la reflexión, el sosiego y una mayor responsabilidad en la interpretación y práctica de la labor profesional, tanto *calificadora* como *instrumental* respecto a la publicidad registral.

## **2. EL REGISTRADOR. ¿GARANTE DEL DERECHO CONSTITUCIONAL A LA INTIMIDAD?**

Siguiendo un orden cronológico en cuanto a la literatura jurídica sobre el tema, con posterioridad al trabajo nuestro en «*Propiedad Inmobiliaria y Seguridad Jurídica*», antes citado, el catedrático de Derecho Procesal de la UNED y magistrado —entonces— del Tribunal Constitucional, GIMENO SENDRA dio una Conferencia en el CIDDDDRIM de Barcelona el 17 de abril de 1997, con el título «*El Registro de la Propiedad y el Derecho a la Intimidad*»<sup>5</sup>.

---

<sup>4</sup> Me parece obligado aquí agradecer a Plácido PRADA su valiosa participación al Libro Homenaje a Jesús López Medel. Colegio de Registradores, Madrid 1999. Tomo I, «*Las Sociedades Civiles y la Resolución de la DGRN de 31-3-1997*».

<sup>5</sup> Se publicó con el «Boletín del Centro de Estudios Hipotecarios de Cataluña», n.º. 77-Enero-Febrero de 1998, págs. 303 a 320. En una nota núm., 39 el autor agradece las fuentes

En aquel trabajo se insiste en la *óptica constitucionalista* que brota del estudio de PRADA ALVAREZ-BUYLLA. Se trata de analizar la relación —o contrapunto— entre el artículo 20.1 de la Constitución Española (C.E.) (*libre información veraz*), y el art. 18 del mismo texto legal (derecho fundamental a la intimidad), subrayando las variantes o matices de la doctrina del Tribunal Constitucional (T.C.), con la sucesiva *prevalencia*, primero del *derecho al honor*; luego la de la libre *manifestación de pensamiento*; y, por último, una *ponderación* adecuada ante los supuestos conflictivos, hasta llegar a la *proporcionalidad*. Y a su vez, referenciados a la incidencia de la intimidad ante el Registro de la Propiedad, se contemplan las diversas potestades del Registrador, la distinción de «intereses *conocidos*, o *lícitos* o *legítimos*». Termina con una *Conclusión*, verdaderamente sugerente: «*el control del Registrador de la Propiedad de la Intimidad (sea estricta o amplia) de todos los sujetos que accedan a los Registros es esencial para el buen funcionamiento del tráfico jurídico en un sentido democrático... El Registrador de la Propiedad... está llamado. debe convertirse, en el guardián de la seguridad jurídica, de los intereses de los terceros, y de los derechos fundamentales de los particulares a la intimidad y a recibir información veraz*».

Hay una gran coincidencia esencial de la tesis de GIMENO SENDRA con la nuestra, expuesta ya en 1995. Aunque nosotros insistíamos en los *valores* a que el Registro sirve como principios —seguridad jurídica, bien común, derecho de la persona, orden público normado o sujeto a Derecho etc., etc. Aportamos nuestra experiencia y práctica en lo registral. Tratando por nuestra parte de frenar las posibles «alegrías» que, a pretexto o forzados por ciertos condicionamientos o realidades sociológicas, técnicas o económicas, pueden desbordar el ámbito de la publicidad registral tan ensalzada entre otros, por CABELLO DE LOS COBOS en su «vinculación con el hecho del consumo»<sup>6</sup>, o por los deseos de lo que se venía hablando y postulando de un «*Registro abierto a la sociedad*». El análisis constitucionalista en todo caso era —y es— de gran utilidad, como pauta a la ponderación, al juicio de *calificación* —también aquí, se dice, afecta la intimidad— y no sólo a la instrumentación (*exhibiciones, manifestaciones, certificaciones*).

### 3. INFORMACION REGISTRAL Y DERECHO CONSTITUCIONAL A LA INFORMACIÓN

Aquellas coincidencias básicas, con el pensamiento de GIMENO SENDRA, y acogido al «llamamiento» que vivamente se expresaba, continué mis reflexiones más

---

facilitadas por los registradores CABELLO DE LOS COBOS, POVEDA DIAZ, y MENDEZ y por los Letrados del T.C., BARCELO y VALENCIA MARTIN. Pese a la publicación en 1995 del capítulo *Publicidad formal...*, en la obra ya citada «*Propiedad Inmobiliaria y Seguridad Jurídica*»: GIMENO SENDRA no lo comenta, glosa o critica. (Según me confesó posteriormente —y como consecuencia de una relación profesional de «tercero registral»— no había tenido noticia. Y acaso, por aquella circunstancia personal tuvo a bien participar en el Libro Homenaje citado, 1999, Tomo I, pág. 767 a 790 con un estudio de mismo título y contenido, añadiendo un Sumario detallado y completo). Puede decirse que el pensamiento de GIMENO SENDRA sobre *Registro e intimidad* se mantiene en 1999, cuando se publica como aportación al Homenaje.

<sup>6</sup> V. «*Tratamiento profesional de la publicidad registral*», libro Homenaje a REY PORTOLES, Madrid 1998 (pág. 635 y ss). Allí se informa o motiva la Instrucción del 17-2-1998.

recientemente, extendiéndome y profundizando la materia en «*El Derecho a la información registral y el derecho constitucional de información*»<sup>7</sup>

Por de pronto, actualizo aquellos antecedentes doctrinales —filosóficos e históricos—<sup>8</sup> de los artículos relacionados inicialmente sobre la publicidad formal —artículos 221 de la LH y 607 del Código Civil. Como aclaración previa he de analizar de lo que denomino la *utilización extrarregistral de la información registral* que aparentemente se presenta como mera *fenomenología*, pero que es algo más. Me acerco también, de manera precisa a las orientaciones constitucionales obligadas<sup>9</sup>, como una incidencia más —no la única— para encontrar esa línea de ponderación, tanto doctrinal como práctica, que pueda vislumbrar el futuro sobre esta cuestión, inicialmente sugerida en la II Asamblea de Barcelona, y sobre todo ante las nuevas realidades: dinámica del «*consumismo registral*», la protección de datos,<sup>10</sup> las nuevas tecnologías, de la sociedad de la información, etc. La Instrucción de la Dirección General de los Registros, de 12 de junio de 1985 (BOE núm., 146 de 19 de junio) insiste en que tanto en el Registro de la Propiedad como en el Mercantil, existe la necesidad de salvaguardar la integridad de la información, para ser «*puesta sólo a disposición de quien tenga interés legítimo en su conocimiento con la máxima exactitud y rapidez*», recordando la clásica doctrina legal de los artículos 221 y 222 de L.H. sobre *el interés conocido a juicio del «registrator»*, tanto para las manifestaciones como para las exhibiciones, y certificaciones<sup>11</sup>.

Hay una referencia inevitable y expresa a la *intimidad como derecho*, no sólo en el contexto o presupuestos constitucionales, sino en razón de la propia *naturaleza* esencial que nace de la *privacidad* de la esfera de lo civil. No es que exista —en el *Código Civil*— un panorama de mayor o menor *privacidad*: porque en el Ejercicio de los derechos privados se cumplen fines *generales* o esenciales a la comunidad.

<sup>7</sup> Publicado en la R.C.D.I. Junio 2000, núm. 659. Por ser reciente y búsqueda bibliográfica más fácil, en el texto principal sólo se insistirá en aspectos nuevos y en la hermenéutica de unas conclusiones. La fuerte tendencia a una asimilación de *función pública* y *función administrativa* —como apunta «MARTIN RETORTILLO en el «Discurso de contestación al de PAU PEDRON; «*Esbozo de una teoría general de la oponibilidad*»— Madrid 2001, págs. 160 y ss- nos ayudará mucho a comprender el sentido de nuestra investigación.

<sup>8</sup> En la exposición de motivos de la L.H. de 1861 ya se hablaba de «*franquear la puerta*» a los que tengan interés legítimo en conocer el estado de la propiedad, prueba de que el criterio no es de apertura absoluta, según comenta ROCA.

<sup>9</sup> No es la primera vez que me he acercado a lo que he llamado «principios normativos» en la Constitución, en la línea de preocupaciones de HERNÁNDEZ GIL y que se apuntan en una serie de trabajos míos, como «*Constitucionalismo y Derecho Hipotecario*». Colegio de Registradores de la Propiedad, 1996. «*Preconstitucionalidad en la Ejecución Hipotecaria*», R.C.D.I. 1998, «*El principio de Seguridad jurídica en la Constitución. Su aplicabilidad al Derecho Privado*», 1999, así como algunos referidos a otros temas, como el de la Educación. Los estudios de GARCIA DE ENTERRIA, AYUSO y LUCAS VERDU, que se insertan en una dimensión axiológica de la propia Constitución, son igualmente analizados.

<sup>10</sup> Se ha sostenido si la Ley Orgánica de regulación del tratamiento automatizado de datos de carácter personal (LORTAD) debiera haber establecido lo mismo en relación al Registro de la Propiedad y al Mercantil, algo parecido a lo ocurrido con el Registro Civil. Nosotros creemos, al contrario, que la filosofía de unos y otros Registros es distinta porque en aquellos no son «datos», sino publicidad que puede tener, por sí misma, efectos sustantivos.

<sup>11</sup> En 1998 tuve la satisfacción de asistir a la XX Conferencia Internacional de Autoridades de Protección de Datos. La búsqueda del equilibrio, de una óptica y de una medida de los *derechos humanos*, evitando el efecto perturbador en el humanismo y en la privacidad, eran, entre otros aspectos, examinados.

Pero la diferencia con otros derechos público-político-administrativos es que tal intimidad resulta de su misma *naturaleza*, aunque desde CICU se quiera profundizar más —respecto a la familia—, en sus aspectos *públicos*. Recordemos a ALBALADEJO, FARIÑAS, LOPEZ JACOISTE, LACRUZ BERDEJO, PUIG BRUTAU, GARCIA y GARCIA, y especialmente O'CALLAGHAN<sup>12</sup>, quien trata de construir una doctrina especial, «*El Derecho a la Intimidad*», lo llama él, en donde se ubiquen unos principios o señales de un marco general limitativo, sea por ley, usos, jurisprudencia, en la diversa fenomenología de lo humano-jurídico.<sup>13</sup>

Precisamente en esos límites y por la preocupación por una consonancia ante la «Protección de Datos», —Ley Orgánica de 1982— es como hay que ver la reciente reforma de Reglamento Hipotecario, con el nuevo artículo 332, en el que se recogen normativamente —algunos aspectos, por su naturaleza, debieran haber tenido investidura de Ley— las Instrucciones de la Dirección General de los Registros, elevando su propio rango de «resolución», por acuerdo del Consejo de Ministros, en la forma de *Decreto*, con audiencia preceptiva del Consejo de Estado<sup>14</sup>. Al mismo tiempo el espejismo —necesario o mimético— de la informatización registral<sup>15</sup> tiene que ponernos en guardia para el grado, medida y efectos de la publicidad<sup>16</sup>. No entro en las dos últimas *Leyes de Acompañamiento* o la de los *Presupuestos*, cuya naturaleza es discutible, pero que en todo caso no alteran mi tesis.

#### 4. VALORACION DESDE LA PERSONA Y SUS DERECHOS HUMANOS. LA SENTENCIA DEL TRIBUNAL CONSTITUCIONAL DE 30-11-2000.

No hay dicotomía entre *publicidad registral* y *derecho a la intimidad*, Incluso podría sostenerse que se *autonecesitan*, ante el riesgo de convertir aquella en exhibición o «propaganda»<sup>17</sup> sin pensar que han de existir unos criterios ponderados y de

<sup>12</sup> En «*Estudios de Derecho Civil Homenaje a Lacruz*», Vol. 1, Barcelona 1992, págs. 645 y s.s.

<sup>13</sup> V. También POMED SANCHEZ en el «Libro Homenaje a GONZALEZ PEREZ», Tomo I, «*La Protección Jurídica al Ciudadano*», Madrid 1999, págs. 753 y ss.

<sup>14</sup> El texto completo y su glosa tiene en el trab. citado (pág., 1807 y ss.), «*El Derecho a la información*». Págs. 1807 y ss.

<sup>15</sup> En esa línea parece incluirse —aunque previendo los riesgos— el estudio de ORTI VALLE.IO, «*Derecho a la intimidad e informática*» (Boletín del Centro de Estudios Hipotecarios de Cataluña n.º. 77, febrero 1998. pág. 300 y ss.). En algún momento, pese a hablar al comienzo de lo no ilimitado de la publicidad, llega a decir que «La LORTAD debería haber establecido en relación al Registro de la Propiedad y Mercantil lo mismo que ha efectuado con el Registro Civil». Nuestro punto de vista puede conocerse en «*Informatización e información Registral*» (Ponencia al XII Encuentro del Comité Latinoamericano de Consulta Registral, Lima, octubre de 1997, publicado en Libro Homenaje a Rey Portolés).

<sup>16</sup> Con alguna conexión está el tema del secreto o publicidad del protocolo notarial GOMEZ SALCEDO en la revista «*Derecho Notarial*», Madrid 1992, se refiere a este tema, distinguiendo lo que es protocolo y lo que es fichero convencional. En el Punto 6 de la Instrucción de 19-10-2000 de la Dirección General de los Registros y del Notariado, que desarrolla el Real Decreto-ley 14/1999, de 17 de septiembre, sobre el uso de la firma electrónica de los fedatarios públicos (Notarios y Registradores), se recogen las obligaciones de custodia, pérdida, extravío, etc.. y no «*entrar cualquier situación o acontecimiento que ponga en peligro el secreto y unicidad del mecanismo*».

<sup>17</sup> Así titulamos un «añejo» trabajo, en «añejos» tiempos, en el Boletín del Colegio de Registradores, «*Propaganda y Publicidad Registral*», núm., 334 y 335, marzo-abril1956 (fue

equilibrio que no pueden ser herméticos, ni dogmáticos con la *vivencia* de lo *jurídico*. Por eso, la doctrina, la jurisprudencia y la práctica registral —si partimos de los presupuestos antes mencionados— pueden ir ensanchando o encauzando los caminos.

De ahí que, en esta parte final, queremos volver a nuestra reflexión —como ya advertimos al principio— elevando el ángulo de tiro de aquella. Porque, desde una óptica formalista, kelseniana, ideológica o pragmática, no será fácil encontrar la solución y menos, el *fundamento* de una respuesta convincente.

He releído para este punto, las meditaciones iusfilosóficas de RECASENS SICHES<sup>18</sup> allá por los años 1934, sobre «*Crisis de método y objeto de la Ciencia del Derecho*». Por extensión analógica, podríamos preguntarnos. ¿Cuál es, verdaderamente el objeto sobre el que han de trabajar las Ciencias Registrales, las Constitucionales, y la Jurisprudencia para indagar la fuerza de la publicidad registral y la óptica del derecho a la intimidad?. ¿El contorno en que se mueve la norma es una mera determinación normativa, o su perfil formal guarda relación con el sentido de institución, o con las realidades vitales, los intereses, la estimación ideal, etc.? La realidad jurídica en que se mueven los preceptos constitucionales —acerca de libertad de información el derecho a la intimidad— y los hipotecarios sobre el *interés conocido*, lícito o legítimo en la publicidad, afectan al ser jurídico, a lo positivo, y no *al deber ser*. La pureza o hermenéutica normativa nos llevaría a excluir o desechar cualquier signo trascendental de valor<sup>19</sup>.

No se puede dar respuesta plena desde dentro del problema o de las opciones. RECASENS SICHES se hace una pregunta final: «¿*Cómo debe valorar el derecho la persona humana?*»<sup>20</sup> Y en un lenguaje más de nuestro tiempo diríamos nosotros: en el ámbito referencial de los derechos humanos, hay que buscar la ponderación y equilibrio entre las opciones o interrelaciones de *publicidad* registral, informatización, y derecho a la *intimidad*.

Hay que admitir que en el Derecho Privado, para fortalecer el propio *tráfico jurídico*, junto a una cuestión de publicidad material sustancial —que sigue siendo *derecho privado*— hay una instrumentación *formal*, que no puede *desbordar la intimidad* en que se mueven las relaciones, negocios, situaciones, y «sucesos» privados. Ahí estará el caudal profundo que encauce sugerencias, las cuales unas veces serán *límites*, y en otras, caminos o embalses.<sup>21</sup>

---

mi primera colaboración en la R.C.D.I.). Se incorporó y actualizó en «*Modernas orientaciones de la Institución Registral*», Madrid, II Edición, 1975.

<sup>18</sup> Así titulamos un «añejo» trabajo, en «añejos» tiempos, en el Boletín del Colegio de Registradores, «Propaganda y Publicidad Registral», núm., 334 y 335, marzo-abril 1956 (fue mi primera colaboración en la R.C.D.I.). Se incorporó y actualizó en «*Modernas orientaciones de la Institución Registral*», Madrid, II Edición, 1975.

<sup>19</sup> V. n. ob. «*Introducción al Derecho. Una concepción dinámica del Derecho Natural*», III Edición, Madrid 1976. En el Capítulo VII, dedicado a «*Derecho y Seguridad Jurídica*» (pág. 99), hablo de los presupuestos de aquella, como valor relacionado con la *justicia registral*.

<sup>20</sup> V.n.ob. «*Ortega en el pensamiento jurídico*», III. Edición. Madrid 2003, en la que se analiza la relación orteguiana, ya la vez antikelseniana de RECASENS SICHES, en el Capítulo «*Mis conversaciones con Recasens Siches en Méjico*».

<sup>21</sup> La incidencia con los derechos humanos y de valores personales y aún familiares está señalada expresamente en la Sentencia del TC 13 de enero de 1998, y que por analogía podría afectar a la información registral.

En tal sentido —sin demasiadas explayaciones aquí— he querido completar mi punto de vista, que en los apartados anteriores he expuesto. y que nos permitiría, con tal óptica, ayudar a discernir el verdadero ámbito de la publicidad formal y de la intimidad.

Por ejemplo, en el interrogante de si aquel derecho también afecta o no a la *calificación registral* —como opina GIMENO SENDRA— en tanto en cuanto se haría aconsejable al profesional registral, que en la inscripción —consecuencia de la labor calificadora— se omitiesen algunos datos o extremos que pudieran afectar a la intimidad, como estado de incapacidad, prodigalidad, suspensión, quiebra, etc. Pues bien, además de otras alegaciones para opinar lo contrario, esto supondría una intromisión en la función calificadora que es jurisdiccional —voluntaria—, o plantearía muchos problemas respecto a los datos de la escritura; o le quitaría fuerza y contenido, etc. De lo que no cabe duda es que la opción, dentro de lo que es tráfico jurídico, ha de contemplarse como derecho a la *persona*, en esa bifurcación, el «*tercero que se interesa conocidamente*», y la «calificación» de aquel interés conocido que no puede *desbordar*, masiva o indiscriminadamente, el sentido del contenido de los libros del Registro.<sup>22</sup> Sin olvidar, la fuerza y competencia del notario autorizante, y su conexión con los Registradores, tal como expusimos en mi trabajo anterior.<sup>23</sup>

Recientemente se ha publicado la sentencia del Tribunal Constitucional 30-11-2000, que, aunque referida a la inconstitucionalidad parcial de varios preceptos de la Ley Orgánica de Protección de Datos de Carácter Personal<sup>24</sup>, se viene aludiendo, constantemente, y a lo largo de su argumentación, al juego de la normativa antes mencionada con respecto a la vulneración de los arts. 18.1 y 53.1 de la Constitución. Prácticamente, el Alto Tribunal hace suyo el recurso del Defensor del Pueblo, concretando en algunos momentos la necesidad del *consentimiento* de los afectados y a su conocimiento (recordándome la argumentación práctica que nosotros usamos en algunos casos, por la influencia del derecho registral alemán y austriaco). También se ocupa de las *garantías del derecho* a la intimidad *personal y familiar*, en las cesiones de datos; de la incolumidad de la esfera privada e íntima de los individuos (STC 110/1984). Se recuerda igualmente la Directiva Comunitaria sobre el tratamiento de datos personales, así como a la Carta de los Derechos Fundamentales de la Unión Europea.

En resumen, —en aquella sentencia se trata de vislumbrar— en casos aparentemente *conflictivos*, si la publicidad en la información —mejor que en los «datos»— que ofrece el Registro de la Propiedad están al servicio del *interés público* o de la

---

<sup>22</sup> Este punto de vista puede ayudar a concretar -como en algún momento lo hace ORTI VALLEJO, «*Derecho...*», ob. citada, pág. 302 y ss., en el ámbito pormenorizado de la publicidad de los arts. 221, 222 y 230 de L.H., en cuanto pudiera o no afectar a otros Libros del Registro -de Presentación, de Incapacitados, de Índices, o los que deriven, en su caso y en su día de una informatización de asientos. También, a la problemática del «secretismo» del protocolo notarial. No es este trabajo un recetario casuístico, siempre imprescindible.

<sup>23</sup> V. la obra de MEZQUITA DEL CACHO y LOPEZ MEDEL, «*El Notariado y los Registros. Orientación vocacional y de estudios*», Ministerio de Justicia, Madrid 1986.

<sup>24</sup> En virtud de esta Sentencia de 30-11-2000, el T.C. estima el recurso de inconstitucionalidad interpuesto por el Defensor del Pueblo, contra los arts. 21.1 y 24.1 de la Ley Orgánica 15/1999, de 13 de diciembre, de Protección de Datos de Carácter Personal. Fue ponente GONZALEZ CAMPOS.

*persona*. No es una opción incuestionable, sino una *medida* o una *óptica* que ayudará a ponderar, con equilibrio, la naturaleza, sentido y efectos, dentro de su ámbito, de lo que es *publicidad* también *connatural* a los derechos o situaciones que se reflejen o que deriven del propio Registro. Sin desbordar su propia esfera a pretexto de *generalización, utilidad, consumismo*, y a veces *comodidad* o «populismo» registral<sup>25</sup>.

No es poco, el «*agiotismo*», y la invasión de esferas íntimas de personalidad que lo penetra todo, o lo invade en excesivo. Siempre habrá de pensarse en una *medida* que impida al Registro ser «juguete» de otros intereses. En la relación *publicidad registral-intimidad*, está el verdadero soporte de los valores que impidan la despersonalización, o el fraude. Indudablemente es un reto, y puede suponer alternativas.

Volvemos al comienzo de estas reflexiones. En la historia de los comportamientos humanos y sociales, sean constitucionales, ideológicos, técnicos o económicos, ha sobrevivido el sentido del anchuroso camino de la publicidad registral para *toda persona que tenga interés conocido* —potencialmente un tercero— y en garantía también de la *propia persona* que alcanzó, dentro del tráfico jurídico inmobiliario o mercantil, su propia *protección y seguridad jurídica*.<sup>26</sup>

---

<sup>25</sup> Nos hemos referido nosotros al tema de la *responsabilidad profesional*, también sobre este punto de la información, sobre lo cual ya hay quienes piensan que es muy difícil «entrar» o conocer, o descifrar, las intenciones o intereses de quienes solicitan información. V.n.tr. «*Ley Hipotecaria y Ley Moral: Ética y responsabilidad profesional de los registradores*», R.C.D.I., 1999. Y en un orden más general, v. TORRE DIAZ, «*Ética y deontología jurídica*», Madrid, 2000. Ha sido un tema constante para mí, desde mi etapa de la Tesis Doctoral 1954-1958, «*Teoría del Registro de la Propiedad como servicio público*», 3 ediciones, ya citadas. Y en mi última exportación «*Principios hipotecarios de carácter internacional en una sociedad en globalización*» pend. de publicación.

<sup>26</sup> La Ley Orgánica de Protección de Datos de 13 de diciembre de 1999, deroga la LOR-TAD de 29-10-1992, y fue objeto de comentario por DAVARA, GARCIA ONTOSO, FERNÁNDEZ LOPEZ, DEL PESO NAVARRO y otros (v. «Actualidad Informativa Aranzadi», n.º. 34-Enero 2000. En su conjunto, también aquí predomina, aunque sea un campo diferente, no contrapuesto el señalamiento de unos principios de *protección de datos y derechos de las personas*, en semejanza con lo expuesto en nuestro texto principal.

## PREFERENCIAS Y ORDEN COMBINATORIO

### *Cualquier tipo de preferencia implica una ordenación*

JOSÉ VILLACÍS GONZÁLEZ

#### 1. INTRODUCCIÓN

El orden o sentido ordinal en el consumo y en la producción son lo más importante en el consumo y en la producción. Su relevancia supera incluso a la naturaleza de los bienes y a la cantidad. El sentido ordinal que aquí le damos se refiere al concepto *combinatorio*. Lo explicaremos. La microeconomía afirma que el sujeto disfruta de una combinación de bienes, que son por ejemplo, cine y café. Para nosotros el orden en el consumo es lo que realmente interesa, porque no es lo mismo consumir primero cine y después café, que primero café y después cine. En este sentido habrá dos posibilidades de consumir el bien<sup>1</sup>. Los términos antes y después se refieren a la combinación de los bienes y tiene un significado temporal ordinal muy distinto al que se considera en microeconomía.

Si el sujeto consume por ejemplo tres bienes (a,b,c) lo relevante es que puede consumirlos de 6 maneras diferentes (a,b,c) (a,c,b) (b,a,c) (b,c,a) (c,a,b) (c,b,a), lo que equivale al consumo de seis bienes diferentes. El lote, objeto del consumo son tres bienes solamente, pero abre generosamente las puertas a numerosísimos niveles de utilidad (que renunciamos a medir). Pero no solamente aquí radica su importancia, sino que introduce en el análisis la teoría matemática combinatoria, que provoca fascinantes avances en la microeconomía.

Baste enunciar los campos de la teoría combinatoria para entender sus posibilidades: permutaciones ordinarias con y sin repetición, variaciones ordinarias con y sin repetición y combinaciones. El estudio de la forma o del *como* se consume, con todo este arsenal analítico, permitiría escribir nuevas páginas en la ciencia económica.

El sentido de ordinalidad en la microeconomía se encuentra en las curvas de indiferencia y en la teoría de la preferencia revelada e implícito en muchísimas cues-

---

<sup>1</sup> Para introducirnos en este capítulo entendemos que los bienes no se pueden mezclar y que se consumen por separado. En el ejemplo excluimos por motivos expositivos que el sujeto pueda tomar café dentro de el cine.No obstante esta exclusión no implica un sacrificio conceptual porque podemos considerar un bien *distinto* a la combinación café-cine.

ciones. Se dice que una combinación de bienes —de determinados bienes— es preferible a otra combinación de esos bienes pero de mayor cantidad. Esto se manifiesta en las curvas de indiferencia. Más pragmática es la teoría de la preferencia revelada que sólo entra en la realidad *ex post* de los gastos del consumidor<sup>2</sup> para indicar sus preferencias, lo que no deja de ser un criterio ordinal.

Nuestro sentido de ordinalidad se refiere, como hemos indicado, a la idea de combinación en un sentido genérico que se refiere a la teoría combinatoria. Tiene que ver con el orden en el consumo. Unido a esto se plantea el interesante problema: ¿por qué elige una determinada combinación, el sujeto? O bien ¿cómo llegó el consumidor a conocer que esa combinación era la mejor de todas? La respuesta a este problema viene dada por nuestra teoría del aprendizaje. Partimos del hecho que el sujeto hedonista y racional ha consumido una combinación<sup>3</sup>. Si el sujeto es libre y por tanto no se encuentra sometido a ninguna dictadura, ni siquiera a la invisible pero tenaz dictadura de la costumbre, quiere decir que ha aprendido todas las combinaciones. Las ha *probado* y ha elegido una, lo que requiere un período de aprendizaje.

## 2. LOTE Y MENÚ

Llamamos lote al conjunto de bienes que dispone el sujeto para consumir. El lote tiene dos sentidos: en primer lugar considera la naturaleza o la clase de bienes (ordenadores, caramelos, zapatillas, etc.) y en segundo lugar el número de esos bienes.

Es irrelevante en principio la capacidad de su renta para poderlos adquirir.

Menú es la ordenación específica en la serie temporal de consumo de esos bienes. Así tenemos que: a,b,c es un menú y otro sería a,c,b. En el caso que solamente haya una unidad de cada bien, a cada combinación (entiéndase permutaciones ordinarias) le corresponderá un menú. Visto de esta forma el lote es una masa indiferenciada de bienes y el menú son todas las ordenaciones que podemos realizar con los bienes del lote.

## 3. MENÚ Y UTILIDAD

Existe una relación entre el consumo de un bien y su utilidad. A mayor consumo de un bien, su utilidad aumenta hasta que llega el máximo del consumidor y a partir de ese punto la utilidad empieza a decrecer. No pretendemos medir la utilidad, sino especificar primero, que determinada combinación es diferente de otra combinación de bienes, y que una, es preferida a la otra. Es diferente porque cada combinación genera un nivel de utilidad, que no pretendemos medir, pero si comparar. En este sentido seguimos los criterios convencionales de los estudios microeconómicos que dice que cada combinación es preferida a otra.

---

<sup>2</sup> Provisionalmente nos adentramos en el consumidor si bien este campo teórico alcanza también al productor.

<sup>3</sup> El término combinación que aquí empleamos se referirá en concreto a las permutaciones ordinarias o sin repetición. Estas consideran a todos los bienes que se ordenan de formas diferentes.

Puesto que cada combinación es un menú, y cada combinación determina un nivel de utilidad, habrá tantos menús como niveles diferentes de utilidad. Después de analizar todos las utilidades de los menús se ordenan<sup>4</sup> de menor a mayor dichas utilidades. En consecuencia la ordenación de las utilidades de menor a mayor-criterio convencional-exige la actividad previa de estudiar todos los menús o combinaciones de los bienes.

#### 4. ¿CUÁNTOS MENÚS HAY?

Si cada menú se define por cada combinación de bienes, habrá tantos menús como posibilidades haya de combinación de dichos bienes. Y cuando hablamos de bienes nos referimos a *todos* los bienes que integran el lote. Podemos definir mejor en este punto el término de combinación. Aunque el término combinación afecta a toda la teoría combinatoria aquí consideramos exclusivamente aquel caso en que constan los bienes del lote, sólo ellos, sin repetición y se los ordenan de todas las maneras posibles (como en el caso de los bienes a,b,c). Este es el tratamiento de las *permutaciones ordinarias* que es una parte de la teoría combinatoria.

En nuestro caso hemos ordenado *todos* los bienes, que son tres: a,b y c de todas las maneras posibles, caso que lo explica las permutaciones ordinarias, y que en total serán:

$n!$  (factorial de  $n$ ). O sea  $3! = 3.2.1. = 6$ .

Por tanto habrá 6 menús posibles.

En todo este trabajo consideramos como combinación a las permutaciones ordinarias, que, insistimos, integran todos los bienes, sin repetición, ordenados o colocados de todas las formas posibles.

#### 5. LIBERTAD

El sujeto es libre de conocer, y sobre todo de elegir, aquella combinación que prefiera. Esto quiere decir que en el sistema no existe ningún tipo de dictador ni siquiera la dictadura de la costumbre. Debemos ampliar este punto. Si un sujeto en un restaurante come por este orden: vino, sopa, carne, postre, café y licor<sup>5</sup> se trata de un imperativo de la costumbre. Pero si prescindimos de la dictadura de la costumbre entendemos que el sujeto debe ser libre para poder combinar esos bienes y probarlos, y después elegir el que mejor le conviene. Esta actividad supone, en la secuencia de nuestra argumentación, que el sujeto puede combinar y combina los bienes, los prueba y después elige el que mejor le interesa. Esta última elección supone que habrá habido una ordenación de esas combinaciones. En cualquiera de estos pasos el sujeto disfruta de total libertad.

---

<sup>4</sup> Habrá dos tipos de ordenaciones: una que es la *nuestra* que ordena o combina los bienes y la otra es la convencional que ordena las utilidades de menor a mayor.

<sup>5</sup> Es posible muchas otras *combinaciones* en las que se repitan y por diverso orden los bienes que se consumen, pero por motivos de método no lo desarrollamos. El vino, por ejemplo, de hecho de intercala varias veces en la serie de consumo.

## 6. APRENDIZAJE

El sujeto consumidor debe conocer los bienes que consume y elegir después la combinación que le reporta mayor satisfacción. Esta actividad implica que el consumidor es hedonista, racional y sobre todo que es *sabio*. Que es sabio significa que conoce todas las combinaciones posibles y que ha elegido la que le produce mayor satisfacción.

El concepto de sabiduría implica la actividad previa del aprendizaje que es objeto de este apartado. Se aprende de forma práctica probando los bienes y sus combinaciones, una por una, de todas formas, que el consumidor interioriza dentro de sí todas las sensaciones de todas las combinaciones posibles. En otras palabras el sujeto conoce de forma práctica, sensual e intelectual el universo de las combinaciones. Esta es la larga tarea del aprendizaje.

Dos requisitos deben haber en la actividad del aprendizaje: La primera es la independencia de las utilidades que generan las combinaciones, lo que quiere decir que la utilidad de una combinación no alcanza a la otra. La segunda, elemental, es la capacidad de memorización sobre las utilidades recibidas. Es elemental e importante para poder *después* ordenar de menor a mayor las utilidades.

Esta dimensión cognitiva nos va a servir para trabajar en el mercado donde los sujetos —oferentes y demandantes— son veloces y sobre todo sabios. Las negociaciones, intercambios y sobornos solamente son posibles cuando los sujetos conocen perfectamente sus utilidades, y sobre todo, tanto la combinación óptimas y subóptimas.

Si en el mercado en algunos grupos no se produce un aprendizaje eficaz o universal, se producirá la selección adversa o riesgo moral. En ese caso no se generará una ordenación racional de los niveles de utilidad y el sistema de precios se vuelve ineficaz.

## 7. COMBINACIONES ÓPTIMAS Y SUBÓPTIMAS

La microeconomía nos enseña que el sujeto elige la combinación que le produce mayor satisfacción. Entendemos que esta es la combinación óptima y que es una<sup>6</sup>. Las otras combinaciones subóptimas generan utilidades, que después de ordenadas y aprendidas, se manifiestan inferiores a la óptima. El número de combinaciones subóptimas serán:

$$n! - 1$$

Si suponemos que los sujetos son sabios, y que por tanto han agotado las tareas de aprendizaje, conocerán el número de estas combinaciones subóptimas y los niveles de ordenación de esos niveles de utilidad respectivos. Con esta información el mercado asignará eficazmente sus recursos. Es particularmente fructífero en el campo de

---

<sup>6</sup> Este es un criterio restrictivo. Manifiesta el caso en que no hay dos combinaciones indiferentes o que proporcionen más de una la máxima satisfacción.

la hacienda pública donde unos sujetos podrán optar por ceder combinaciones de menores niveles de utilidad a cambio de otras que se acerquen a las mayores con otro grupo que prefieran las opuestas. Nos referimos a la teoría de los sobornos eficientes y en general a cualquier tipo de intercambio que se produzca en el mercado.

## 8. NÚCLEO DURO

Dada una serie de combinaciones —o sea de permutaciones ordinarias— elegimos una, que será una subordinación dentro de ella. Esto quiere decir que habrá una ordenación *especial* dentro de una ordenación amplia. Especial quiere decir que básicamente esta es la que le preocupa más o le produce mayor satisfacción, y que el resto menos. A esta subordinación le llamamos núcleo duro de una ordenación. Con seguridad este núcleo duro subsistirá en los primeros niveles de utilidad preferidos por el sujeto.

Interesa el núcleo duro porque el resto de las ordenaciones o combinaciones serán *ordenaciones blandas* y serán fácilmente cedibles en otras negociaciones<sup>7</sup>.

Un núcleo duro, por lo tanto, es una ordenación *irrenunciable* dentro de varias combinaciones, las cuales forman un subgrupo dentro del universo de combinaciones. Queremos decir que habrán varias combinaciones que llevan dentro un núcleo duro y otras que no lo llevarán. Por otra parte habrán otras combinaciones que no llevarán un núcleo duro. El núcleo duro es una combinación, o agrupación dentro de una combinación, que lleva consigo todos los elementos<sup>8</sup>.

## 9. ORDENACIÓN

El ordenamiento tiene en este trabajo dos sentidos. Uno significa establecer un lugar en la serie temporal del consumo de los bienes.(a,b,c) o (c,b,a),por ejemplo. El otro ordenamiento consiste en establecer un orden en la preferencia en los bienes, una vez que hemos probado y aprendido en las combinaciones. La primera es nuestro criterio y el segundo es el utilizado desde siempre por la microeconomía. Nosotros, como hemos indicado, trabajamos con los dos.

Una ordenación es una clasificación ordinal de las preferencias. Como dice Amartya K.Sen: *una ordenación es una jerarquización de todas las alternativas*<sup>9</sup>. Nosotros buscaremos la forma de vincular el orden a nuestra teoría de las combinaciones. En otras palabras debemos relacionar la jerarquización a nuestras combinaciones. La mejor forma es simplificar el trabajo afirmando que cada combinación es un bien. No es una solamente una simplificación sino una realidad sensorial e intelectual. Hay que admitirlo de esta forma.

---

<sup>7</sup> Imaginemos nos un lote de 15 bienes: a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,... si la combinación especial e,f,k, le produce mayor satisfacción, éste será el núcleo duro y el resto será una ordenación blanda.

<sup>8</sup> Insistimos en que en nuestro tipo de *combinación* entran todos los elementos sin repetición (permutaciones ordinarias)

<sup>9</sup> Amartya K.Sen *Elección Colectiva y Bienestar Social*. Madrid, Alianza Universidad. 1970

La relación de orden debe cumplir las siguientes características para ser considerada como una ordenación:

Primero debe ser *transitiva*: si  $x$  es preferido a  $y$  y  $y$  es preferido a  $z$ , entonces debe cumplirse que  $x$  es preferido a  $z$ <sup>10</sup>.

Segundo: la relación debe ser *reflexiva*, lo que quiere decir que cada relación debe ser tan buena como ella misma<sup>11</sup>.

Tercero: La relación debe ser *completa*. Para cada par de alternativas o  $x$  debe ser preferido a  $y$ , o bien  $y$  debe ser preferido a  $x$ , o bien ambas.

Puesto que nuestra jerarquización cumplen estos criterios: transitivo, reflexivo y completo, nos encontramos en condiciones de afirmar que es una ordenación racional.

Al tratarse de una ordenación, el sujeto debe haber conocido perfectamente aquello que elige, lo que quiere decir que el sujeto es, en su elección, suficientemente sabio. Esta sabiduría ha exigido el conocimiento y la prueba de todas las combinaciones del universo de las combinaciones.

## 10. ORDEN, UTILIDAD, Y TIEMPO

Un bien separado genera una utilidad. Según las cantidades del bien que se consume cada unidad genera *su* utilidad que llamamos la utilidad marginal. Este es el análisis convencional. Pero este punto de vista se altera seriamente y adquiere relieves diferentes si introducimos nuestra dimensión combinatoria.

Consideremos nuestro ejemplo anterior de un comensal que consume sopa, carne, postre, café y licor. Consideremos el caso del postre. En este sentido podemos realizar las siguientes consideraciones:

1.º Cada bien genera una utilidad dependiendo del lugar que ocupe en la combinación general<sup>12</sup>.

2.º La utilidad total es la que corresponde a la combinación de la que se trate.

3.º Cada bien es alcanzado por la utilidad que genera el bien anterior y sufre la ley de los rendimientos marginales decrecientes.

4.º De cualquier forma el decrecimiento de la utilidad marginal es menos intensiva en el caso de una combinación formada de bienes distintos que si se trata de un solo bien.

---

<sup>10</sup> Aquí  $x,y,z$ , son, cada uno, combinaciones de bienes. No debe pensarse que  $x,y,z$  en conjunto son una combinación.

<sup>11</sup> Amartya prefiere no incluirla dentro del criterio de racionalidad. Prefiere llamarla de sentido común.

<sup>12</sup> Es muy importante admitir que existen dos tipos de utilidades. Una es la general que es la suma de las utilidades y otra que es la de cada bien, que es una especie de utilidad marginal. Decimos que es una especie porque se trata de añadidos de bienes diferentes y no del mismo bien que es como la estudia la teoría microeconómica convencional.

5.º El sujeto combinará los bienes en función de la máximas utilidades marginales que le genere cada bien. Si es así, entonces, esa combinación será la que le proporcione la mayor utilidad total.

En el caso del postre por ejemplo, su utilidad es distinta según el lugar que ocupe. En principio nada nos autoriza a afirmar que el tercer lugar que ocupa genera mayor utilidad que si se consume en primer lugar. Lo que si cambiaría es la utilidad marginal de la sopa, que ocuparía el segundo lugar, si el primero fuese el postre<sup>13</sup>. Si la utilidad de cada bien, sopa, carne, etc...es diferente según el lugar que ocupe cada bien, entonces su utilidad total será diferente en cada combinación.

Cuando el sujeto consume el postre en la combinación expuesta, que es el tercer lugar, es alcanzado por las utilidades de la sopa y de la carne, y por tanto su utilidad marginal se reduce. Ahora bien, esta reducción no es muy acusada debido que los bienes anteriores son diferentes al postre. Otro caso sería si las unidades de consumo anteriores fuesen el primero y el segundo postre, entonces la tercera unidad postre también, generaría utilidades mucho menores.

El consumidor que ha experimentado y aprendido del consumo de todos los bienes en distintos tiempos -órdenes, pues es sabio, ha colocado los bienes en el orden en que cada bien le reporta la mayor utilidad. Entonces quiere decir que sus utilidades marginales posibles, son las máximas. Y, puesto que son las máximas, la utilidad total es la máxima de todas las combinaciones posibles.

## 11. BIENES SUPERIORES E INFERIORES

Es posible que el consumidor establezca un índice convencional acerca de los niveles de utilidad que le proporciona cada bien. De esta forma puede ordenar a los bienes de el lote según su mayor o menor nivel de utilidad. Idéntico criterio se utiliza para determinar el nivel de utilidad de las combinaciones.

Sin embargo, aún suponiendo que se pudiera medir la utilidad de cada bien, la utilidad total de cada combinación no será la suma de las utilidades marginales de cada uno de los bienes. El resultado es incierto debido a que no se conoce la influencia o interdependencia que tiene un bien sobre otro.

Solamente podemos decir que se logrará mayores niveles de utilidad, si la combinación de bienes es tal, que empiece por los bienes de mayor utilidad, graduándose de tal forma que termine con los de menor utilidad. Empezar por un bien inferior desgastaría la utilidad de los de mayor utilidad. Empezar por los de mayor utilidad dejaría más sensibilidad libre.

---

<sup>13</sup> Creemos que este orden combinatorio no es consecuencia de la dictadura de la costumbre. Este orden creemos que es elegido libremente.

## 12. LA ENTROPÍA, EL TIEMPO Y LAS CLASES DE MENÚS

Una combinación de bienes implica un orden sucesorio gradual en el consumo de los bienes. Este orden sucesorio se corresponde con una serie de tiempos. Llamamos *período amplio* al tiempo general que se tarda en consumir todos los bienes, y llamamos *infraperíodos* al tiempo que se tarda en consumir cada uno de los bienes. Por lo tanto, la suma de los infraperíodos es el período amplio.

Aquí se vuelve a plantear el problema del aprendizaje. ¿De qué forma aprende el consumidor?. Poco a poco, bien por bien, luego de dos a dos bienes (binariamente) y así de forma continua. Puesto que tratamos de una combinación de  $n$  elementos que forman el lote, entendemos que el consumidor toma el lote y experimenta con todos los bienes y va sucesivamente cambiando el orden de dicho lote como corresponde a las permutaciones ordinarias sin repetición.

En cada combinación de aprendizaje el sujeto tarda un período amplio.

Si la economía se encuentra en período de crecimiento diferenciado y van llegando nuevos bienes, el lote experimenta, por tanto un crecimiento. Si el lote crece, los menús también y ello por dos razones fundamentales: por una parte por las nuevas combinaciones que hace el sujeto consumidor, y por otra porque la llegada de nuevos bienes permite la sucesiva confección de nuevos menús.

Si el sistema parte de un solo bien, tenemos un menú elemental o menú unidad, luego si llega otro bien serán dos clases de menús y así continuamente. Habrá, en general dos tipos de menús en una economía en crecimiento. Los menús intermedios y el menú final. En una economía que crece, hasta que no se detenga el crecimiento, los menús siempre serán intermedios. El menú final constará de todos los bienes de el lote.

El consumidor a medida que va pasando por diferentes menús intermedios va cambiando sus preferencias. Esto es obvio porque se vuelve más sabio y por tanto altera su esquema de valores sobre las utilidades. Esto quiere decir que los consumidores continuamente van diseñando su mapa de gustos o de preferencias lo que enerva el mercado y lo vuelve entrópico o caótico.

Los términos de entrópico o caótico es una idea de la física que indica el grado de desorden de un sistema que tiene relación con la energía. Donde no hay energía es en el hielo que es un cristal inamovible de agua, caso opuesto sería el grado caótico de agua hirviendo que se transforma en vapor. Entropía y energía son términos paralelos. En economía significa que el mercado, por el lado de la demanda, se encuentra en total cambio y por tanto se van alterando las cantidades y los precios de los bienes. Esto provocará la llegada de nuevos bienes por que los sujetos son mayormente sabios y más exigentes<sup>14</sup>. La idea de la entropía o de caos es una idea positiva en la ciencia económica.

---

<sup>14</sup> La teoría combinatoria y sus consecuencias también se sucederá en la producción. Se podrá producir en mayor variedad y cantidad porque los productos son también más sabios.

### 13. EL SUBASTADOR UNIVERSAL Y LEVIATHAN INDIFERENTE

El aprendizaje vuelve a los sujetos sabios y altera continuamente sus preferencias. Estos cambios generan entropía en el mercado. Y, estos cambios generan nuevas ondas entrópicas en el sistema económico. Los productores se encontrarán continuamente ocupados en satisfacer a esa inestable demanda en cantidad, variedad y en precios. Esta es una labor permanente y suficiente que exige una atención continua que, a su vez inestabiliza al mercado.

Por otra parte, la actividad del sector público se añade a toda esta actividad *calórica* del mercado. La actividad del sector público la entendemos como oferente de bienes y servicios en el mercado, y también como demandante. Como oferente debería estar influido por la combinación de bienes, o por menús específicos, y, como demandante o comprador también. Sin embargo, debido a que el sector público carece de personalidad, en la misma medida que le sobra fuerza, no lo vinculamos a nuestro trabajo. A efectos de nuestro trabajo consideramos a *Leviathan indiferente*. En consecuencia el sector público no interviene ni demandando ni ofreciendo menús, sino de forma indiferente a esta dimensión combinatoria.

En este mercado caótico creamos la figura del *subastador universal*, que es sabio y velocísimo, que, de la forma más eficiente y rápida posible, coordina a la oferta con la demanda. Debido a esta labor eficiente se reduce el grado de entropía del sistema. En general coexisten dos fuerzas opuestas en el mercado: una que lo desgobierna en un sentido creciente y positivo, por el cambio de preferencia de los consumidores, y otra, que lo coordina debido a la tarea del subastador universal.

### 14. PROCESO IRREVERSIBLE

Los cambios en las preferencias, debido a la sabiduría de los consumidores que prueban nuevos menús, alborotan el mercado. Esos cambios también se sucederán por el lado de la producción, si bien, con menos amplitud que en el consumo. La demanda se vuelve intensamente exigente en variedad de productos demandando y en cantidad. Los productores atenderán esa demanda por la información que les hace llegar puntualmente el subastador universal y realizan nuevas combinaciones con sus insumos o factores de producción. El sistema se vuelve muy entrópico. Pero, es esa labor del subastador universal el que tenderá a aplacar ese desorden porque conexas a las fuerzas de la demanda con las de la oferta.

Supongamos que vuelve la paz walrasiana, que es un universo inmóvil y pacífico, y la entropía, por definición, desaparece. ¿Vuelve el sistema a estar como antes? La respuesta es negativa. El sistema económico posee una constelación de bienes diferentes y los insumos productivos habrán cambiado. Los demandantes y los oferentes son distintos. Lo único que ocurre es que el sistema ya no es entrópico, sino pacífico.

### 15. SOLDADURA

Los consumidores pueden actuar en el mercado de una forma próxima a sus intereses. Entendemos que actuar con intereses comunes consiste en aproximar sus

menús de forma que se puedan encadenar preferencias. Los menús de los consumidores serán distintos pero habrá subcombinaciones, o agrupaciones especiales que pertenecen al menú final-o si se quiere menús intermedios que se aproximen. Si es posible definir un menú intermedio que se conexiones con sus utilidades, quiere decir que se ha producido una *soldadura* dentro del menú.

Una soldadura consiste en la comunidad de intereses de un grupo de consumidores sobre un menú intermedio. Es sobre este menú, dentro de un menú principal (todas las combinaciones), sobre el que los consumidores han votado estar de acuerdo. El resto de las combinaciones serán *ordenaciones blandas*.

Se diferencia con el núcleo duro en que este es irrenunciable y pertenece al dominio de un consumidor. La soldadura pertenece a un grupo de consumidores y no es necesariamente la combinación óptima de cada uno sino la que más se aproxima y exige un convenio entre ellos.

La posibilidad de negociar una soldadura agrupa los intereses de los consumidores y posibilita negociaciones con otro grupo de consumidores y/o de productores. Sobre todo permite mejoras en los niveles de bienestar. Estas mejoras en el bienestar son posibles porque los sujetos prefieren negociar sabiendo que estarían mejor así —después de una negociación—, que sino negociasen. Los consumidores por su cuenta, sino negociasen, se encontrarían con combinaciones alejadas a sus intereses(máxima utilidad).

Las negociaciones a los que aludimos se encontrarían en el mercado, en relación con los consumidores y los productores.

Otro tipo de negociación sería el siguiente. Sea un lote compuesto por los bienes: (a,b,c,d,e,f,g,e,h,i,j,k,l,Il,m). Y una serie de consumidores que se unen en dos grupos. Un grupo se define porque eligen una soldadura(a,b,c,d) y el resto de los bienes, sea cual sea, la forma en que se combinen, le es indiferente(combinaciones blandas). El otro grupo elige una soldadura que es: (j,i,h,e) y el resto es una ordenación blanda. Los dos grupos podrían estar de acuerdo en formar una gran soldadura, uniendo o soldando las dos para presionar en el mercado. La soldadura final sería: (a,b,c,d, j,i,h,e,...k,l,Il,m).

Como se puede apreciar las soldaduras específicas de cada grupo no colisionan. Negocian sobre las ordenaciones blandas, que para cada grupo son indiferentes. En general la existencia de soldaduras dificultan las negociaciones porque son parte escasamente renunciables en cada grupo. Mientras el lote de bienes sea más amplio es difícil la coincidencia de soldaduras entre dos o más grupos y posibilita la existencia de negociaciones.

## 16. FUNCIÓN DE BIENESTAR Y MENÚ

A cada persona individualmente, o bien a un grupo de personas coaligadas en un menú especial, le corresponde un nivel de utilidad que es el máximo posible. Habrá una curva de bienestar para el cual el bienestar es el máximo posible entre los miembros del mercado, y que se corresponden con la combinación que cada grupo ha elegido, porque derivan su máxima utilidad individual.

Si es posible una negociación entre los grupos, por ejemplo por el encadenamiento de soldaduras, se podrá saltar a una función de bienestar mayor, por la mejora en todos o parte de sus miembros, sin que empeore la de ningún otro.

Se entiende que los sujetos han elegido el lote de bienes porque derivan una utilidad. Hasta este punto concluye la ponderación argumental de la microeconomía convencional. Si los sujetos sólo se han preocupado por la combinación elegida<sup>15</sup>, es posible una función de bienestar y no  $n!$  funciones de bienestar. Este argumento descansa en la solución que se da para el número de las permutaciones ordinarias de  $n$  elementos. Los sujetos pueden combinar los bienes en un número de  $n!$  formas posibles, de las cuales, una es la que le produce la mayor satisfacción.

## 17. LAS ELECCIONES

Las elecciones sobre los menús se producirán por un sistema de votaciones monetarias y en un mercado de competencia perfecta. El menú elegido debe significar las preferencias de la mayoría de los votantes. Antes o después de estas votaciones, se producirán negociaciones para que sean elegida aquellas combinaciones que los consumidores estiman para ellos —individualmente o grupo—, como óptimas. Esta afirmación es, en especial, cierta para los casos de soldaduras simples y sobre todo para la posibilidad de encadenar soldaduras. Con las elecciones serán posibles ordenaciones de los menús de los consumidores en un sistema de preferencias universal.

En las elecciones no existirán el caso de polizones o consumidores libres de cargas que escondan sus preferencias. La existencia de este tipo de votantes distorsionaría la ordenaciones de los menús en la subastas del mercado. Así mismo en el lote no deben haber bienes irrelevantes, o sea bienes no preferidos por los consumidores, ya que ellos han elegido previamente aquellos bienes que integran el lote.

## 18. NEGOCIACIONES

Las negociaciones se producirán cuando será posible modificar el menú de tal forma que ambas o más partes salgan ganando con dicha negociación. Esta operación se producirá después de que los grupos hayan aprendido de sus combinaciones y hayan elegido previamente la que les conviene. La elección, cualquier tipo de elección, implica una ordenación.

Los consumidores estarán dispuestos a vender los votos de menú en el mercado y otros estarán dispuestos a comprarlos. A los primero se les llama sobornados y a los segundos sobornadores. Ambos, como hemos indicado, conocerán previamente sus menú y su nivel de utilidad potencial.

Las votaciones intermedias o sobornadoras deberán ser públicas para incitar a otros grupos a posteriores negociaciones, es decir que deben ser transparentes. Parti-

---

<sup>15</sup> Vale el argumento: *...si los consumidores, por ejemplo, son sometidos por cualquier tipo de dictadura.*

mos del principio que cualquier grupo que se encuentre interesado en la negociación buscará una mejora, o como mínimo, encontrarse como antes.

La parte del mercado que queda libre para las negociaciones será aquella en la que no entren los grupos no sobornables. Entre los grupos sobornables bastará la mayoría simple de sus miembros para entrar en una negociación.

Llamamos *efecto simpatía* cuando un acuerdo, que se logra después de una negociación, induce a otros grupos a negociar con ese o con otros grupos. Estos grupos no estarían dispuestos a continuar con las negociaciones sino fuera por ese efecto e, incluso podrían ser previamente indiferentes a la misma. Las negociaciones transparentes y el efecto simpatía inducirán futuras negociaciones y provocarán mejoras en las funciones de bienestar.

A efectos de las negociaciones habrá dos tipos de menús: menús principales y menús secundarios. Los primeros serán más caros de vender que los segundos. Los conceptos de compra o de venta significan la capacidad de cambiarlos por otros menús, o por otras combinaciones dentro de los menús. Un menú es principal cuando su cadena de menús, difícil de renunciar, es extenso o bien posee una cadena de combinaciones soldadas. Un menú es secundario cuando su cadena de combinaciones no es importante y por tanto es fácilmente renunciable. Un menú secundario puede ser extenso dentro de un menú y posibilita mayores ventajas en la negociación.

Los menús principales, decididos por la mayoría, provocarán un mayor efecto simpatía que cederán sus menús secundarios con tal de adherirse al menú principal. Esos grupos podrían lograr ventajas en otras partes de sus menús y lograr mejoras en sus niveles de utilidad.

Las negociaciones en un sistema económico tenderán a disminuir la entropía y calmarán el mercado.

## 19. LAS ECONOMÍAS EXTERNAS

Las economías externas, positivas o negativas, forman parte del lote y también del menú. Pero, para que esta integración sea posible es condición necesaria que se delimiten los derechos de propiedad. Esta delimitación permite parcelar las economías externas, integrarlas en el menú y, posteriormente ordenarlas en función de los niveles de utilidad que generen<sup>16</sup>. Ahora bien, debido a la naturaleza de su consumo y de su producción, esto hace que sean consumos o producciones asociadas en el menú. Queremos decir, que las combinaciones que se ofrecen en un menú para su intercambio, llevan un tipo de interno de soldadura inevitable. Este es una propiedad inherente a las economías externas.

Si una soldadura *normal* (importante para un grupo), genera economías externas positivas, será fácil convencer a otro grupo para su negociación y provocará mejoras en el bienestar. Si una soldadura *normal* provoca economías externas negativas, será

---

<sup>16</sup> Las utilidades se ordenan según criterios ordinales y nunca cardinales. Esta es la idea de este artículo.

difícil negociar con otro grupo. La negociación en este caso inevitablemente irá acompañada de cesiones en combinaciones dentro del menú.

En general la existencia de los derechos de propiedad contempla la realidad íntegra de los menús e inducen a la producción de sobornos eficientes.

Las economías externas generan entropía en el mercado debido a que provocan reacciones en los sujetos pasivos consumidores o productores para aumentarlos o reducirlos según sean positivos o negativos. Estas reacciones generan provisionalmente un grado de desorden en el sistema económico.

## 20. EQUILIBRIO

El equilibrio es un acuerdo en el que los que ceden en alguna de sus combinaciones o en sus menús (totalidad), pueden comprar o están de acuerdo con los que a su vez, ceden de las suyas. Obviamente las partes en que unos ceden serán diferentes con las que otros también ceden, y ambas partes, compran a cambio lo que no ceden.

El equilibrio básicamente es una situación donde después no se desea ningún cambio posterior en las combinaciones o en el menú. Muchos de los votantes de un menú principal podrán estar de acuerdo en renunciar a un mínimo de combinaciones, por ejemplo de dos elementos, a cambio de que se respete la mayor parte del menú (n-2 elementos).

El equilibrio será óptimo si el mercado de las negociaciones es de competencia perfecta. En el mercado de competencia perfecta deben cumplirse las siguientes condiciones:

1. Conocimiento de todos los menús por todos los consumidores en el mercado.
2. Rapidez en los cambios en los menús.
3. Facilidad y rapidez para ofrecer menús alternativos.
4. Los consumidores no puede ofrecer agrupaciones con poder para influir en el mercado.

En el equilibrio se habrán saciado los deseos de los consumidores una vez que han alterado sus preferencias. Por consiguiente, entre los consumidores no tendrá sentido realizar ulteriores intercambios y el mercado se encontrará estático. En esta situación gobernará la paz walrasiana que es un universo no entrópico. En el equilibrio, por lo tanto, no se producirán cambios en las preferencia de los consumidores lo que no motivará cambios en la demanda. Por la misma razón no hay motivos para creer que cualquier consumidor se convierta en oferente de su menú.

En el equilibrio se habrán vaciado los mercados. Esta situación implica que los oferentes habrán vendido toda su producción, que se habrán confeccionado los menús y que se habrán cambiado en lo necesario alguno de ellos. Estos cambios *necesarios* quiere decir que se habrán cambiado todos o partes del menú entre los grupos de consumidores.

## 21. RIESGO MORAL Y SELECCIÓN ADVERSA

Entendemos que se produce selección adversa cuando un grupo conoce mejor que otro, en una contratación, aspectos relacionados con la misma. En nuestra cuestión se produce selección adversa cuando un grupo conoce aspectos importantes de una combinación, o soldadura dentro de un menú, que otro desconoce. Este defecto cognitivo induce a que el grupo en cuestión no seleccione adecuadamente la combinación que mejores ventajas le produciría. Uno de las consecuencias inmediatas es que estaría dispuesta a ceder en combinaciones que, de otro modo, conociendo perfectamente todas las combinaciones, no lo haría. Por lo tanto el consumidor o los grupos de consumidores mejor informados, llevarían a cabo combinaciones intensamente deseadas.

Se llama *principal* a la persona o entidad que encarga a otra que realice una tarea. *Agente* es la persona que debe realizarla. Para que el mercado y el contrato sea eficiente debe haber concordancia entre los intereses respectivos. El agente en nuestro caso será el *subastador universal* y el principal siempre será el consumidor, pues es el que está dispuesto que en todo tiempo y lugar se lleve a buen término la operación. Por otra parte, y por definición, el agente no puede ser deficiente en la distribución de la información. Sin embargo, y a nuestros efectos, la información aún bien distribuida no es captada por igual por todos los consumidores. O no es bien captada o bien parte de un defecto en la apreciación interna sobre la combinación de los bienes. En este sentido la labor del subastador universal o agente concluye cuando ha distribuido la información sobre bienes, precio y combinación. No es labor del agente corregir sobre los defectos de aprendizaje de unos principales o grupos de consumidores. En este punto, si persisten los errores en el aprendizaje en estos consumidores, se produce la información asimétrica y el mercado sufre de un riesgo moral.

Es posible que, advertidos estos consumidores defectuosos, de la asimetría en su información, admitan ser sobornados por los consumidores mejor informados para consentir en los resultados del mercado. Si se produce este tipo de sobornos habrá una selección adversa consentida, y que, por lo menos, mejorará a uno o a un grupo de consumidores.

Una forma de eliminar la información adversa consiste en provocar continuas subastas para que se revelen las auténticas preferencias y, sobre todo, para igualar los conocimientos entre las partes contratantes.

La selección adversa también se producirá para el caso en que el agente, o bien el principal, no manifiesten sus verdaderas preferencias. En particular, este caso se produce cuando existen soldaduras no reveladas en las negociaciones.

## 22. LA INFORMACIÓN

Por su propia naturaleza, la información es un bien público, ya que no se puede excluir a nadie de la misma y además no es rival en el consumo. Esta es la esencia del subastador universal que trasvasa a todos los lugares la información, en nuestro ejemplo, sobre los menús. Nuestro subastador es un instrumento básico en el mercado.

Íntimamente unida a esta característica cada sujeto es el verdadero interprete de su bienestar, por una parte, y, por otra, el consumidor hedonista y racional, *ex ante* no es sabio y *ex post* si lo es. Y, en el mercado, pueden manifestarse defectos, tal como hemos visto, en la asimetría en el conocimiento de la información<sup>17</sup>.

La características principales de la información son dos: 1º debe ser omnicompreensiva, lo que quiere decir que debe comprender todo el universo combinatorio. 2º Debe ser veloz, prácticamente instantánea.

Estas dos características garantizan, en mayor medida, las negociaciones y las mejores utilidades en el sistema económico.

La información y la votación son actividades complementarias. Esto es debido a que la información sobre el universo de los menús garantizan que cada sujeto o grupo de sujetos ajusten sus preferencia a determinados menús. En cualquier caso, la actividad del subastador universal debe ser neutral y eficiente.

La información induce cambios dinámicos en el mercado porque provoca la demanda de los menús, el intercambio de los mismos y altera posteriormente las preferencia de los consumidores. Todos estos movimientos provocan energía y desordenan al sistema a la vez, que provocan fuerzas que los sacian, calman y ordenan.

La información sigue el siguiente camino: primero informa sobre el lote o universo de bienes y después informa sobre los menús o universo combinatorio.

### 23. RESUMEN

El punto central de este trabajo es la teoría combinatoria. Los bienes generan una utilidad dependiendo del lugar que ocupen en una serie ordenada de bienes. Lo que tratamos dentro de la teoría combinatoria es el caso en que entran todos los bienes y se ordenan de todas las formas posibles sin que se repitan. Es el caso especial de las permutaciones ordinarias. A ellas exclusivamente nos referimos cuando hablamos de combinaciones. Hemos entendido, por otra parte, que el sujeto consume un lote de bienes que, ordenados de forma especial le llamamos, a cada combinación, con el nombre de menú. El término ordenar posee dos significados en este trabajo. El primero es la colocación de los bienes dentro de un menú: El postre, por ejemplo ocupa el cuarto lugar y la sopa el primero. El otro significado se refiere a la ordenación de los niveles de utilidad que genera cada menú.

Los menús producen una utilidad o satisfacción a cada sujeto, el cual elegirá aquella combinación que le genere la mayor utilidad. Esta afirmación que parece sencilla guarda en si varias suposiciones como son que el sujeto es hedonista, racional y sobre que es sabio. La sabiduría en el consumo, implica a su vez, que el consumidor ha aprendido. ¿Qué ha aprendido? Habrá aprendido el disfrute de todas las combinaciones posibles que son  $n!$  veces. Visto así, tratamos como el consumidor elige una combina-

---

<sup>17</sup> El riesgo moral, por ejemplo, es un caso natural que se produce en el mercado. También, y en el mismo sentido, los intereses del *principal* y los del *agente* puede que no sean los mismos.

ción óptima<sup>18</sup> y varias subóptimas que entran en su consideración<sup>19</sup>. Son importantes todas las combinaciones porque se encuentran todas las ordenaciones que el sujeto puede considerar importante ceder para negociar menús que considere interesantes.

Dentro de las combinaciones existen aquellas combinaciones internas que son irrenunciables debido a que su consumo proporciona una gran utilidad. Estas se llaman *núcleos duros*.

Muy parecido a los núcleos duros son las *soldaduras* que son cadenas combinatorias, que son muy preferidas por los consumidores, si bien no son irrenunciables. La existencia de las soldaduras dificultan las negociaciones.

El aprendizaje y la contemplación de varias combinaciones provoca cambios en las preferencias de los consumidores. Estos cambios provocan cambios dinámicos en el mercado, lo que llamamos como entropía.

En el mercado también interviene el sector público sin poder y sin capacidad beligerante. Por esta razón le llamamos *Leviathan indiferente*.

Introducimos la figura del *subastador universal* que es un subastador especial, rápido y sabio que transmite la información por todo el sistema económico, incluido el sector público. Su labor tiende a disminuir la entropía del sistema económico. Por consiguiente en el sistema hay dos fuerzas: una que produce la entropía y otro que la reduce.

En los últimos capítulos consideramos las actividades —negociaciones— que se producen dentro del mercado y de la circulación de la información. Las negociaciones son de interés porque pueden provocar mejoras en los niveles de bienestar.

## GLOSARIO

*Combinación*: concepto amplio que en matemáticas contempla las diferentes formas de combinar los elementos.

*Efecto simpatía*: Efecto de contagio que se produce en un sistema a favor de una negociación porque otros grupos están negociando o han negociado.

*Encargo*: Tarea que el principal encomienda al agente para que la realice.

*Lote*: Es el conjunto de bienes que contempla el consumidor para su disfrute.

*Leviathan Indiferente*: La representación impersonal del Estado como manifestación de poder. En nuestro trabajo no es beligerante.

---

<sup>18</sup> Es posible que haya una o más combinaciones iguales en utilidad, pero no en este trabajo nos las tratamos.

<sup>19</sup> Las combinaciones que producen utilidades subóptimas son importantes por que serían aquellas que el sujeto o grupo de sujetos pueden ceder para sus negociaciones. Obviamente empezarán a ceder las de baja utilidad.

*Menú*: Son las diferentes combinaciones(permutaciones)que se pueden hacer con los bienes que integran el lote.

*Negociador universal*: Es la figura superlativa del subastador en el mercado.

*Núcleo duro*: Es una determinada combinación, dentro de las combinaciones generales, que se manifiesta irrenunciable.

*Ordenación blanda*: Aquella combinación, dentro de un menú, que no es importante y que es, por tanto, fácilmente renunciable.

*Permutaciones ordinarias*: son las diferentes formas de ordenar todos los bienes del lote —universo de elementos— sin repetición.

*Riesgo*: Proximidad o contingencia de un daño.

*Riesgo moral*: Daño que se puede producir debido a que los intereses del agente no coinciden con los del principal.

*Selección adversa*: Se produce en el mercado cuando una de las partes contratantes se encuentra desigualmente informada respecto a la otra.

*Simetría*: propiedad geométrica que establece armonía entre las partes. En el mercado la simetría se relaciona con la información que debe encontrarse igualmente distribuida.

*Soldadura*: Es una combinación preferida dentro de un menú, pero no irrenunciable.

## BIBLIOGRAFÍA

- Sobre órdenes combinatorios: Arrow,J.J., «A Difficulty in the Concept of Social Welfare», *Journal of Political Economy*,58,1950.
- Villacís González José: «La Teoría Combinatoria Aplicada a la Teoría de la Utilidad». *Esic Market* n° 79, Madrid. Enero-marzo 1993.
- , «La Teoría Combinatoria Aplicada a la Teoría de la Producción». *Esic Market*. Madrid. Octubre diciembre 1994.
- , «Las Combinaciones en las Actividades Públicas» *Esic-Market*. Madrid. 2001
- , *Elección Social, Valores Sociales, y Teoría Combinatoria*. *Esic Market*. Madrid. Tercer cuatrimestre 2002.
- Por interés directo en el artículo: Samuelson P.A. *Foundation of Economics Analysis*, Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1947.
- , «Consumptions Theory in Terms of Revealed Preference» *Economica*, N.S.15, 1948.
- , «Probability, Utility, and the Independence Axiom», *Econometrica*, 20, 1952.
- , «Social Indifference Curves» *Quarterly Journal of Economic*, 70, 1956.

- Sen,A.K. «Distribution, Transitivity, and Little's Welfare Criteria», *Economic Journal*.
- , «Preferences Votes and the Transitivity of Majority Decisions»,*Review of Economic Studies*,31,1964.
- , «A Possibility Theorem of Majority Decisions»,*Econometrica* 34,1966.
- , «Interpersonal Aggregation and Partial Comparability»*Econometrica* 38.1970.
- Otros publicaciones:
- Baumol,W.J., «Community Indifference» *Review of Economic Studies*,14,1946.
- Bergson,A., «A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics»*Quarterly Journal of Economics*,52,1938.
- Debreu,G., «Representation of a Preference Ordering by a Numerical Function»,en *Thral, Coombs y Davis*. 1954.
- Harsanyi,J.C., «Cardinal Utility in Welfare Economics and in the Theory of Risk Taking», *Journal of Political Economy*, 61, 1953.
- Hicks,J.R.,*Value and Capital*.Clarendon Press,Oxford,1939.
- , «The Foundation of Welfare of Economics», *Economic Journal* 1948,1939.
- Houthakker,H.S., «Revealed Preference and the Utility Function»,*Econometrica* 17, 1950.
- Laplace,P.S. *Théorie Analytique des Probabilités*.2<sup>o</sup> edición 1814.
- Majumdar,T. «Choice and Revealed Preference», *Econometrica*,24,1956.
- Mishan,E.J. «An Investigation into Some Alleged Contradictions in Welfare Economics» *Economic Journal* 67,1957
- Rawls,J. «Outline of a Decision Procedure for Ethics»,*Philosophical review*,60, 1951.
- Robertson D.H., *Utility All That*. Mc Millan, Londres.1952.
- Rousseau,J.J. *Du Contract Social*,1763
- Tullock,G., «Problems of Majority Voting», *Journal of Political Economy*,67,1959.
- Wicksell K., *Lectures on Political Economy*, Routhledge, Londres,1935.

## **IMPLICACIONES FISIOPATOLOGICAS Y CLINICAS DE LA ANDROPAUSIA O SINDROME DE DEFICIENCIA ANDROGENICA EN EL VARON ANCIANO**

JUAN J. DÍEZ

### **INTRODUCCION**

Todos los sistemas hormonales del organismo experimentan una serie de cambios a medida que progresa el envejecimiento (1). De ellos, el más conocido y estudiado es, sin duda, el climaterio o deficiencia de estrógenos en las mujeres, que se acompaña de un cortejo sintomático fácilmente reconocible y para el que existen en la actualidad tratamientos sustitutivos seguros y de gran efectividad clínica. Sin embargo, el agotamiento funcional del eje hipófiso-gonadal en el varón no ha sido tan estudiado, aunque en fechas recientes se han obtenido importantes avances tanto en lo que se refiere a la definición de un posible síndrome de deficiencia androgénica en el varón o andropausia, como a su posible tratamiento mediante sustitución hormonal con diversos derivados de la testosterona.

### **CAMBIOS FISIOLÓGICOS EN EL EJE HIPOFISO-GONADAL**

El envejecimiento humano normal se acompaña de múltiples cambios generales entre los que se encuentra la disminución de la sensación general de bienestar, de la potencia y la actividad sexual, reducción de la libido, reducción de la pilosidad sexual, disminución de la masa magra, aumento de la masa adiposa, pérdida de masa ósea, insomnio, irritabilidad y disminución de algunas capacidades cognitivas (2). Además, con la edad se produce un descenso fisiológico en la producción de hormonas gonadales y de hormona del crecimiento, con los consiguientes efectos sobre la composición corporal (tabla 1). Resulta francamente llamativo que muchos de los cambios que suceden en el envejecimiento humano son parecidos a los que se presentan en personas jóvenes con hipogonadismo, por lo que se ha especulado con la posibilidad de que el declinar fisiológico del eje hipófiso-gonadal que se presenta habitualmente en los varones podría ser responsable, al menos en parte, de algunos de los cambios propios de la senectud (3).

La pérdida de función gonadal en los varones ha recibido diversos nombres, algunos utilizados por analogía con la menopausia femenina, tales como andropausia,

	<i>Deficiencia de GH</i>	<i>Deficiencia de androgenos</i>	<i>Deficiencia de estrógenos</i>
Masa corporal magra	↓	↓	=
Masa y fuerza musculares	↓	↓	=
Masa adiposa	↕	↕	=
Masa ósea	↕	↕	↓

Símbolos: ↑, aumento; ↓, disminución; =, sin efecto

TABLA 1. *Cambios asociados a las deficiencias hormonales propias del envejecimiento: estrógenos, andrógenos y hormona del crecimiento (GH).*

climaterio masculino, menopausia masculina o viropausia. El término que parece más adecuado y el que más se ha usado en la literatura científica reciente ha sido el de deficiencia androgénica en el varón anciano, término que utilizaremos aquí.

## CAMBIOS EN LA PRODUCCION DE TESTOSTERONA

Es un hecho probado desde hace años que a medida que se envejece las concentraciones séricas de testosterona se van reduciendo (4-6), y que esta reducción se acompaña de cambios que afectan a toda la producción esteroidea del varón (tabla 2). La tasa de reducción de los niveles de testosterona es variable, aunque, en líneas generales, se estima en aproximadamente un 1-2% por año a partir de los 30 años (7). La disminución en los niveles de testosterona sigue un curso aproximadamente paralelo a los cambios fisiológicos que se asocian con el envejecimiento. Desde un punto de vista bioquímico se caracteriza por un descenso de la testosterona sérica total, así como de la testosterona libre, junto con una pérdida del ritmo circadiano de testosterona. En este sentido se ha podido demostrar en fechas muy recientes que los varones jóvenes presentan un máximo de secreción nocturna de testosterona de forma más temprana que los varones de más edad y que la secreción nocturna total de testosterona es significativamente mayor en los jóvenes (8).

La reducción de los niveles de testosterona libre es más marcada que la de testosterona total. Ello es consecuencia del aumento que se produce con los años en la síntesis de globulina transportadora de esteroides sexuales (SHBG), con lo cual se incrementa la capacidad del plasma para transportar testosterona ligada. La testoste-

- Descenso de testosterona total
- Descenso de testosterona libre
- Pérdida del ritmo circadiano de testosterona
- Aumento de SHBG
- Atenuación de la respuesta testicular a hCG
- Descenso de DHEA y S-DHEA
- Descenso de pregnenolona
- Descenso de androstendiona
- Descenso o no cambios en dihidrotestosterona
- Cambios mínimos en estradiol y estrona

Abreviaturas: SHBG, globulina transportadora de esteroides sexuales; hCG, gonadotropina coriónica humana; DHEA, dehidroepiandrosterona; S-DHEA, sulfato de DHEA.

TABLA 2. *Modificaciones hormonales que acompañan al envejecimiento en el varón.*

rona biodisponible está constituida por la hormona libre más la ligada a albúmina, y representa, por tanto, la testosterona no ligada a SHBG, cuyos niveles también se encuentran reducidos en varones ancianos (9). La causa del aumento en la síntesis de SHBG no se conoce con exactitud, aunque es posible que esté implicada la reducción de los niveles de hormona del crecimiento que generalmente se produce en la senectud (10).

Los cambios mencionados no parecen debidos a una aceleración del aclaramiento de la testosterona, ya que éste se encuentra disminuido en ancianos. Por el contrario, con la edad se produce una reducción del tamaño y peso testiculares. La perfusión del testículo también se ha encontrado reducida en personas mayores. Además, se produce una disminución del número de células de Leydig y una reducción de la actividad de las enzimas de la vía sintética de la testosterona. La disminución en el número y funcionalidad de las células de Leydig se traduce en una reducción de las respuestas de secreción de testosterona al estímulo con gonadotropina coriónica (4).

Los cambios en la producción de testosterona no se presentan de forma aislada. Muchos otros esteroides se alteran con la edad (tabla 2). Es conocida la participación de los esteroides de origen suprarrenal en el contenido total de andrógenos circulantes y en el mantenimiento de los caracteres sexuales secundarios masculinos. Además, la dehidroepiandrosterona (DHEA) puede ser convertida en testosterona, por la vía de la androstendiona, por la enzima  $17\beta$ -hidroxiesteroide deshidrogenasa localizada en tejidos periféricos como el hígado o el tejido adiposo. Pues bien, con el envejecimiento se produce un progresivo descenso en la producción suprarrenal de DHEA y su sulfato, así como de androstendiona. Este descenso de los andrógenos suprarrenales, que se conoce también con el nombre de «adrenopausia» (11), puede contribuir a la reducción de la disponibilidad androgénica total en el varón anciano (12). Las concentraciones de dihidrotestosterona también se reducen ligeramente o permanecen sin cambios (4). Por el contrario, se detectan cambios mínimos en los niveles de estradiol y estrona. Los cambios en algunos de los esteroides suprarrenales también se han implicado como partícipes en el proceso normal de envejecimiento. La DHEA puede convertirse en andrógenos activos como testosterona y dihidrotestosterona en los tejidos periféricos, sin que se produzca un paso de éstos al plasma. El significado fisiológico de esta síntesis local de andrógenos no es bien conocido, por lo que hoy en día no puede precisarse el papel que podría representar una reducción de las concentraciones de DHEA en el proceso de la deficiencia androgénica del varón anciano.

La reducción en la función androgénica presenta una gran variabilidad entre los individuos. Se ve influenciada de forma incuestionable por factores genéticos. Se calcula que el 60% de la variabilidad de las concentraciones de testosterona y el 30% de la correspondiente a SHBG puede deberse a factores genéticos (13). La obesidad puede producir una reducción de la concentración de testosterona libre. Existen también variaciones estacionales de testosterona que se deben tener en cuenta cuando se estudia una población anciana. La dieta, el tabaquismo y el abuso de alcohol y drogas también producen cambios en las concentraciones de andrógenos. La práctica de deporte y el ejercicio físico también pueden modificar los niveles de andrógenos y de SHBG. Por otro lado, la depresión, el estrés, las enfermedades crónicas y el uso de medicamentos frecuentes en la población anciana suelen asociarse a un cierto grado de hipogonadismo hipogonadotrópico (14).

## **CAMBIOS EN LA SECRECIÓN DE GONADOTROPINAS**

La disminución de las concentraciones de testosterona induce, en condiciones normales, un incremento en la secreción de hormona luteinizante (LH) por las células gonadotropas hipofisarias por un mecanismo de retroalimentación negativa. Sin embargo, el declive de la producción androgénica en sujetos ancianos se acompaña de concentraciones inadecuadamente normales o de elevaciones modestas de LH, incluso en varones con niveles de testosterona francamente reducidos (tabla 3). La respuesta de gonadotropinas al estímulo con hormona liberadora de gonadotropinas (GnRH) suele ser normal, aunque algunos estudios han mostrado que estas respuestas disminuyen con la edad.

El patrón circadiano de secreción de LH se pierde con el envejecimiento. La frecuencia de los pulsos de secreción permanece normal. Sin embargo, la frecuencia de los pulsos de alta amplitud, así como la amplitud total de los pulsos y el área total bajo la curva de secreción de LH se encuentran significativamente reducidos en el varón anciano (4). Esta alteración en los pulsos de secreción de LH parece debida a una reducción en la liberación de GnRH hipotalámica. En los varones mayores de 60 años se ha detectado también una mayor sensibilidad a la supresión de gonadotropinas inducida por la testosterona. Todo ello parece indicar, por tanto, que existe una situación de hipogonadismo hipogonadotrópico relativo.

Con la edad se produce también un incremento en el tono de los opiáceos endógenos. Estos mediadores suprimen la liberación de GnRH y de LH, por lo que el incremento de su producción podría explicar en parte el decremento en la secreción gonadotropa. En sujetos muy ancianos el tono de opiáceos endógenos se reduce, lo que explicaría la elevación de LH que puede presentarse en estos casos. La elevación de hormona folículo-estimulante (FSH) es algo más rápida que la de LH. El aumento de FSH es un reflejo de la reducción en la función tubular testicular, esto es, del descenso del número de células de Sertoli y de la reducción en la producción de inhibina.

En resumen, la deficiencia androgénica en los varones ancianos parece responder a un origen combinado, tanto testicular como hipotalámico, manifestados por una pérdida de función de la célula de Leydig y una disfunción hipotalámica caracterizada por una menor liberación de GnRH. Las tablas 2 y 3 resumen los cambios hormonales y neuroendocrinos que tienen lugar en el envejecimiento humano normal.

## **EFECTOS DE LA DEFICIENCIA DE TESTOSTERONA EN ANCIANOS**

La reducción progresiva de la producción androgénica se acompaña de modificaciones metabólicas, físicas y psicológicas que aparecen resumidas en la tabla 4. La libido y la actividad sexual se reducen con la edad de un modo aproximadamente paralelo al de la reducción de las concentraciones de testosterona. No obstante, muchos factores no hormonales, tales como la presencia de enfermedades, el uso de fármacos o factores psicológicos, influyen en el descenso de la actividad sexual de los varones ancianos. Algunos autores, aunque no todos, han encontrado una correlación entre la actividad sexual y las concentraciones de testosterona libre. Los efectos de la deficiencia androgénica y del tratamiento sustitutivo con testosterona sobre la poten-

- 
- Pérdida del ritmo circadiano de LH
  - Elevaciones ligeras de LH, incluso en varones con niveles bajos de testosterona
  - Atenuación de la respuesta hipofisaria a GnRH
  - Alteración en la dinámica de secreción de GnRH
  - Fracaso del hipotálamo para generar pulsos de secreción de GnRH de suficiente amplitud:
    - mayor sensibilidad a la supresión de testosterona
    - aumento de la supresión de LH por opioides endógenos
  - Situación de hipogonadismo hipogonadotrópico relativo
- 

Abreviaturas: LH, hormona luteinizante; GnRH, hormona liberadora de gonadotropinas.

TABLA 3. *Alteraciones neuroendocrinas que acompañan al envejecimiento en el varón.*

cia sexual están menos claros. La prevalencia de disfunción eréctil se incrementa significativamente con la edad; sin embargo, es bien conocido que la deficiencia androgénica es una causa rara de impotencia, que generalmente se produce por causas no hormonales, tales como aterosclerosis o polineuropatía (15).

La tumescencia peneana nocturna y las erecciones matutinas espontáneas se consideran fenómenos dependientes de los andrógenos, ya que se afectan en el hipogonadismo y mejoran con el tratamiento sustitutivo androgénico. Las erecciones en respuesta a estímulos visuales no son dependientes de andrógenos y no mejoran con el tratamiento sustitutivo. Por tanto, la participación de los andrógenos en el proceso de la erección no está plenamente aclarada, aunque es muy verosímil una actuación a través de la síntesis de óxido nítrico (16). Un reciente estudio ha demostrado que varones ancianos sanos presentan un descenso en la frecuencia, duración y grado de los episodios de erecciones nocturnas con respecto a lo observado en varones jóvenes (17). Además estas alteraciones eran más marcadas en los ancianos que presentaban una reducción de la testosterona sérica. Estos cambios eran parcialmente reversibles

- 
- Cambios en la función sexual:
    - Disminución de libido
    - Disminución de actividad sexual
  - Cambios en las funciones superiores:
    - Descenso de habilidades cognitivas
    - Disminución de memoria y percepción espacial
    - Cambios en el humor
    - Depresión, irritabilidad
  - Cambios en la composición corporal
    - Reducción de proteínas musculares
    - Reducción de masa y fuerza musculares
    - Aumento de masa adiposa
    - Acúmulo de grasa visceral
    - Reducción de la densidad y masa óseas
  - Descenso de la concentración de hemoglobina
  - Otros cambios metabólicos
    - Cambios aterogénicos en el perfil lipídico
    - Resistencia a la insulina
    - Aumento del riesgo cardiovascular
    - Aumento de la producción de leptina
- 

TABLA 4. *Cambios generales producidos por la deficiencia de testosterona en el varón.*

con tratamiento androgénico, lo que sugiere que el hipoandrogenismo del varón anciano ejerce cierta influencia en los mecanismos de la erección.

Con el envejecimiento se produce un deterioro de algunas funciones superiores, tales como las habilidades cognitivas, memoria y percepción espacial (18,19). Se ha encontrado una correlación entre la testosterona biodisponible y la pérdida de facultades cognitivas que se produce en los varones (6). Un estudio prospectivo longitudinal a lo largo de una media de 10 años realizado en más de 400 varones demostró que las concentraciones más elevadas de testosterona libre se asociaban con mejores puntuaciones en los tests que evaluaban la memoria visual y verbal, y las funciones visuoespacial y visuomotora, así como con una reducción en la tasa de pérdida de memoria visual. Los hombres con niveles de testosterona clasificados como hipogonadales presentaron menores puntuaciones en las mediciones de memoria y capacidad visuoespacial, así como una mayor tasa de pérdida de memoria visual (20). Estos resultados sugieren una relación entre las concentraciones de testosterona libre circulante y áreas específicas de funciones cognitivas en los varones. Estos hallazgos clínicos, junto con datos de experimentación animal que muestran que la administración de testosterona puede revertir la pérdida de memoria y el exceso de síntesis de amiloide, sugieren un posible papel de la deficiencia androgénica en la génesis del descenso de función cognitiva que se produce en el hombre con la edad. La reducción de la concentración de testosterona en ancianos también se ha asociado con síntomas de la esfera afectiva, tales como cambios en el humor, depresión, irritabilidad, tristeza y nerviosismo. Un reciente estudio ha mostrado que las concentraciones de testosterona total eran inferiores en un grupo de varones ancianos con trastornos distímicos en comparación con un grupo control, lo que sugiere que la distimia del varón anciano puede tener relación con la hipofunción androgénica (21). Por otro lado, la relación entre la deficiencia androgénica y la depresión no ha sido completamente aclarada hasta la fecha (22); no obstante, algunos ensayos clínicos de reciente publicación sugieren que el tratamiento a corto plazo con testosterona es eficaz y seguro en grupos seleccionados de ancianos con depresión (23).

Los cambios en la composición corporal asociados al envejecimiento también se han relacionado con la pérdida de función gonadal. Los ancianos sanos presentan una reducción de masa y fuerza musculares en los que la deficiencia de testosterona desempeña un papel patogénico (24,25). En efecto, la deficiencia androgénica en ancianos se acompaña de una reducción en la síntesis de proteínas musculares y se asocia a una reducción de la fuerza muscular. Se ha demostrado una correlación entre masa muscular y testosterona libre (26,27). El incremento de la masa adiposa que se produce en las personas mayores se encuentra también relacionado con el descenso de la concentración de testosterona. El acúmulo de grasa es fundamentalmente a expensas de grasa visceral. A su vez el acúmulo de grasa visceral se relaciona con la resistencia a la insulina y cambios aterogénicos en el perfil lipídico.

Estudios epidemiológicos, tanto transversales como longitudinales, han mostrado que los niveles de leptina se elevan con la edad en el varón (28). Además, hay correlación entre el aumento de leptina y el descenso de testosterona (26). El tratamiento con testosterona produce un descenso de los niveles de leptina tanto en jóvenes y como en ancianos (29). Estos datos sugieren un cierto papel para la testosterona como regulador de la producción de leptina por el adipocito.

La masa ósea disminuye con la edad en ambos sexos, aunque en los varones el desarrollo de osteoporosis es más lento que en las mujeres. La testosterona parece desempeñar un papel en el mantenimiento de la masa ósea, aunque su importancia es bastante menor que la de los estrógenos. No obstante, se considera que los niveles bajos de testosterona son un factor de riesgo para la presentación de fracturas (30). Los estudios epidemiológicos longitudinales han podido comprobar que en los varones se produce una pérdida de masa ósea con la edad (31), y que la edad y la testosterona se correlacionan con la pérdida de hueso en el varón (32,33).

El hombre experimenta también un descenso del hematocrito con la edad. Se calcula que los ancianos presentan una media de pérdida de concentración de hemoglobina de unos 2 g/dl. Este cambio es reversible con tratamiento androgénico. La aterosclerosis y la enfermedad coronaria son más frecuentes en los varones que en las mujeres en edad fértil, por lo que se ha considerado que los andrógenos podrían incrementar el riesgo cardiovascular. Sin embargo, casi todos los estudios epidemiológicos han mostrado una correlación inversa entre niveles de testosterona y perfil lipídico aterogénico, aterosclerosis o grado de estenosis coronaria (24,35). El estudio de Rotterdam también demostró que existía una asociación inversa entre las concentraciones de testosterona y la aterosclerosis aórtica en varones (36). En un estudio reciente, los niveles de testosterona se relacionan de forma inversa con el grosor de la íntima-media de la arteria carótida (37). Los bajos niveles de testosterona se han asociado a un perfil lipídico desfavorable, mayor grado de aterosclerosis y aumento del riesgo de cardiopatía (38). Además los niveles bajos de testosterona se asocian a un acúmulo de grasa visceral, lo que constituye un factor de riesgo cardiovascular independiente. Los estudios en animales de experimentación han mostrado que la testosterona produce vasodilatación coronaria por liberación de óxido nítrico (39).

En síntesis, el descenso de la producción de testosterona que se produce en los ancianos parece participar en muchos de los cambios que acompañan al envejecimiento humano normal, principalmente los referidos a las alteraciones de la composición corporal y a la esfera sexual. Otras hormonas, de modo muy característico la hormona del crecimiento, y factores no hormonales se encuentran también implicados en estos cambios.

## ¿SE PRODUCE SIEMPRE LA ANDROPAUSIA?

Aunque la mayoría de los autores opinan que no existe una *andropausia* masculina equivalente a la menopausia femenina, sí parece claro el hecho de que la función gonadal en el varón decae con la edad y que muchos de los signos y síntomas que pueden apreciarse en varones ancianos son muy parecidos a los que se observan en varones jóvenes con hipogonadismo (14,40). Sin embargo, la reducción de la concentración de testosterona suele ser lenta e incompleta, presenta una amplísima variabilidad interindividual y se afecta en gran medida por diversas enfermedades y medicamentos (41,42).

Una de las razones por las que parece inapropiado utilizar los términos *climaterio masculino* o *menopausia masculina* es el hecho de que, así como en las mujeres con ciclos menstruales regulares el cese de la función ovárica es inevitable y universal, en los varones, por el contrario, el cese de la producción androgénica no siempre se

presenta ni se acompaña de un conjunto de signos y síntomas tan característicos como los que suceden en la menopausia femenina. De hecho, al contrario de lo que sucede en las mujeres, en los varones no se presenta una detención súbita, sino más bien gradual, de la función gonadal. También, a diferencia de lo que sucede en las mujeres, los varones ancianos pueden mantener su fertilidad hasta edades muy avanzadas. No obstante, en términos generales, la fertilidad también se reduce con los años. Se produce una disminución del volumen de eyaculado y de la frecuencia de eyaculación. Estos cambios se acompañan de una moderada disminución del porcentaje de espermatozoides morfológicamente normales y de espermatozoides móviles. Sin embargo, la capacidad de fecundación de los espermatozoides de los varones ancianos parece mantenerse, por lo que la reducción en la fertilidad se ha achacado a un descenso en la actividad sexual más que a un deterioro en la calidad del semen (43,44).

## **DIAGNOSTICO CLINICO DE LA DEFICIENCIA ANDROGENICA EN EL VARON ANCIANO**

A la vista de los anteriores fenómenos, podemos considerar el síndrome de la deficiencia androgénica en el varón anciano como un conjunto de alteraciones en la esfera física e intelectual que se correlacionan con el declive de la producción androgénica y que pueden, a su vez, corregirse mediante una adecuada sustitución androgénica (9,45). Las manifestaciones clínicas, que se detallan en la tabla 5, son sutiles y variables, su comienzo es insidioso y su progresión lenta (41,42).

El diagnóstico clínico de esta entidad no es fácil, ya que muchos de los cambios pueden ser considerados como consecuencias propias e inevitables del envejecimiento normal. Algunos de los signos y síntomas que se recogen en la tabla 5 son fáciles de identificar (cambios en composición corporal, regresión de algunos caracteres sexuales secundarios), sin embargo algunos otros, como la disminución de la libido o de la sensación de bienestar, son difíciles de poner de manifiesto. Es preciso señalar, además, que este síndrome no se caracteriza sólo por una deficiencia en la producción de andrógenos, sino que con frecuencia existen otras deficiencias hormonales asociadas, fundamentalmente de hormona del crecimiento, melatonina, y DHEA. Este hecho puede añadir un factor de confusión al diagnóstico, ya que algunos de los síntomas de la deficiencia androgénica se producen también en estas otras deficiencias hormonales (tabla 1). El ejemplo más claro lo constituye la deficiencia de hormona del crecimiento en la que se producen, entre otras alteraciones, una disminución de la

- 
- Disminución del deseo sexual
  - Reducción de la capacidad eréctil
  - Cambios en el humor
  - Descenso en la actividad intelectual
  - Astenia, depresión, mal humor
  - Disminución de masa magra
  - Reducción de masa y fuerza musculares
  - Aumento de grasa visceral
  - Reducción del vello corporal
  - Reducción en la densidad mineral ósea
- 

TABLA 5. *Deficiencia androgénica en ancianos: diagnóstico clínico*

masa magra, con reducción de la masa y fuerza musculares, aumento de la masa adiposa y reducción de la densidad mineral ósea.

## DIAGNOSTICO BIOQUIMICO

El diagnóstico bioquímico de la deficiencia de testosterona en el anciano se enfrenta con el arduo problema de la reducción fisiológica de la producción de esta hormona y la disminución del estado de salud general que también se produce de forma paralela al declinar de la producción androgénica (46). Unos valores de referencia fijos y no ajustados podrían conducir a diagnósticos erróneos en el anciano, por lo que se hace necesario establecer unos valores de referencia válidos en este grupo de población.

Es evidente que sólo los varones con niveles de testosterona claramente disminuidos serán candidatos para un tratamiento sustitutivo androgénico. Pero precisar cuáles son los valores normales de las concentraciones de andrógenos teniendo en cuenta la edad del sujeto y otros factores clínicos que puedan afectar al eje gonadal no es tarea fácil. En la actualidad no existen criterios diagnósticos claros para el diagnóstico de la deficiencia androgénica en el varón anciano, puesto que no se ha definido un valor umbral de concentración de testosterona que pueda servir de referencia. Es más, cuando se habla de normalidad o anormalidad de la concentración de testosterona se toman habitualmente como referencia los valores obtenidos en varones jóvenes y este criterio puede no ser completamente válido en las personas mayores (47).

Se calcula que aproximadamente el 25% de los varones mayores de 75 años presentan concentraciones séricas de testosterona claramente por debajo del límite inferior de la normalidad según la referencia de concentraciones obtenida en sujetos jóvenes, es decir, presentaría niveles androgénicos sugestivos de hipogonadismo. En términos generales, una concentración de testosterona total inferior a 200 ng/dl es claramente anormal a cualquier edad y puede considerarse diagnóstica de hipogonadismo. Unos valores entre 200 y 350 ng/dl, en el seno de un cuadro clínico compatible, pueden considerarse también altamente sugestivos de hipogonadismo. En estos casos, y dado que la testosterona total puede estar influenciada por los cambios que se producen en la concentración de SHBG, estaría indicada la cuantificación de testosterona libre o de testosterona biodisponible. La primera de ellas representa la fracción de testosterona no ligada a proteínas, que constituye un 1-2% de la hormona total. La testosterona biodisponible, que tal vez sea el mejor parámetro estimador de la función del eje gonadal en varones ancianos, está formada por la testosterona libre más la ligada a albúmina (48). El criterio utilizado como umbral para el diagnóstico de la deficiencia androgénica en estos casos ha sido algo arbitrario y variable según los autores (49), aunque suele ser válido tomar como valor límite el percentil 2.5 correspondiente a la distribución de testosterona libre o biodisponible en varones jóvenes.

Una vez que se ha confirmado la situación de hipogonadismo es recomendable efectuar una determinación de FSH, LH y prolactina. En función de las concentraciones de gonadotropinas el hipogonadismo podrá clasificarse como primario o de origen testicular, o secundario o de origen hipotálamo-hipofisario. Las exploraciones diagnósticas posteriores se encaminarán en función de estos resultados. La determinación

de prolactina es útil, ya que permite descartar fácilmente la existencia de hiperprolactinemia, una causa tratable de hipogonadismo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Perry HM III. The endocrinology of aging. *Clin Chem* 1999; **45**: 1369-1376.
2. Lamberts SW. The endocrinology of gonadal involution: menopause and andropause. *Ann Endocrinol (Paris)* 2003; **64**:77-81.
3. Juul A, Skakkebaek NE. Androgens and the ageing male. *Hum Reprod Update* 2002; **8**: 423-433.
4. Vermeulen A. Androgens in the aging male. *J Clin Endocrinol Metab* 1991; **73**: 221-224.
5. Gray A, Feldman HA, McKinlay JB, Longcope C. Age, disease, and changing sex hormone levels in middle-aged men: results of the Massachusetts Male Aging Study. *J Clin Endocrinol Metab* 1991; **73**: 1016-1025.
6. Morley JE, Kaiser FE, Perry HM III, Patrick P, Morley PM, Stauber PM, et al. Longitudinal changes in testosterone, luteinizing hormone, and follicle-stimulating hormone in healthy older men. *Metabolism* 1997; **46**: 410-413.
7. Tenover JS. Androgen administration to aging men. *Endocrinol Metab Clin North Am* 1994; **23**: 877-892.
8. Luboshitzky R, Shen-Orr Z, Herer P. Middle-aged men secrete less testosterone at night than young healthy men. *J Clin Endocrinol Metab* 2003; **88**: 3160-3166.
9. Morales A, Heaton JPW, Carson CC III. Andropause: a misnomer for a true clinical entity. *J Urol* 2000; **163**: 705-712.
10. Kaufman JM, Vermeulen A. Declining gonadal function in elderly men. *Baillière's Clin Endocrinol Metab* 1997; **11**: 289-309.
11. Alesci S, Koch CA, Bornstein SR, Pacak K. Adrenal androgen regulation and adrenalectomy. *Endocr Regul* 2001; **35**: 95-100.
12. Baulieu EE, Thomas G, Legrain S, Baulieu EE, Thomas G, Legrain S, Lahlou N, Roger M, Debuire B, Faucounau V, Girard L, Hervy MP, Latour F, Leaud MC, Mokrane A, Pitti-Ferrandi H, Trivalle C, de Lacharriere O, Nouveau S, Rakoto-Arison B, Souberbielle JC, Raison J, Le Bouc Y, Raynaud A, Girerd X, Forette F. Dehydroepiandrosterone (DHEA), DHEA sulphate, and aging: contribution of the DHEAge study to a sociobiomedical issue. *Proc Natl Acad Sci USA* 2000; **97**: 4279-4284.
13. Meikle AW, Stringham JD, Bishop T, West DW. Quantitation of genetic and nongenetic factors influencing androgen production and clearance rates in men. *J Clin Endocrinol Metab* 1988; **67**: 104-109.
14. Vermeulen A. Andropause. *Maturitas* 2000; **34**: 5-15.
15. Morley JE. Management of impotence: diagnostic considerations and therapeutic options. *Postgrad Med* 1993; **93**: 65-72.
16. Schirar A, Bonnefond C, Meusnier C, Devinoy E. Androgens modulate nitric oxide synthase messenger ribonucleic acid expression in neurons of the major pelvic ganglion in the rat. *Endocrinology* 1997; **138**: 3093-3102.
17. Foresta C, Caretta N, Garolla A, Rossato M. Erectile function in elderly: role of androgens. *J Endocrinol Invest* 2003; **26**(3 Suppl): 77-81.
18. Gouchie CT, Kimura D. The relation between testosterone levels and cogniti-

- ability patterns. *Psychoneuroendocrinology* 1991; **16**: 323-334.
19. Janowsky JS, Oviatt SK, Orwoll ES. Testosterone influences spatial cognition in older men. *Behav Neurosci* 1994; **108**: 325-332.
  20. Moffat SD, Zonderman AB, Metter EJ, Blackman MR, Harman SM, Resnick SM. Longitudinal assessment of serum free testosterone concentration predicts memory performance and cognitive status in elderly men. *J Clin Endocrinol Metab* 2002; **87**: 5001-5007.
  21. Seidman SN, Araujo AB, Roose SP, Devanand DP, Xie S, Cooper TB, McKinlay JB. Low testosterone levels in elderly men with dysthymic disorder. *Am J Psychiatry* 2002; **159**: 456-459.
  22. Kaneda Y, Fujii A. No relationship between testosterone levels and depressive symptoms in aging men. *Eur Psychiatry* 2002; **17**: 411-413.
  23. Perry PJ, Yates WR, Williams RD, Andersen AE, MacIndoe JH, Lund BC, Holman TL. Testosterone therapy in late-life major depression in males. *J Clin Psychiatry* 2002; **63**: 1096-1101.
  24. Iannuzzi-Sucich M, Prestwood KM, Kenny AM. Prevalence of sarcopenia and predictors of skeletal muscle mass in healthy, older men and women. *J Gerontol A Biol Sci Med Sci* 2002; **57**: M772-M777.
  25. Kamel HK, Maas D, Duthie EH Jr. Role of hormones in the pathogenesis and management of sarcopenia. *Drugs Aging* 2002; **19**: 865-877.
  26. Perry HM III, Miller DK, Patrick P, Morley JE. Testosterone and leptin in older African-American men: relationship to age, strength, function, and season. *Metabolism* 2000; **49**: 1085-1091.
  27. Baumgartner RN, Waters DL, Gallagher D, Morley JE, Garry PJ. Predictors of skeletal muscle mass in elderly men and women. *Mech Ageing Dev* 1999; **107**: 123-136.
  28. Baumgartner RN, Waters DL, Morley JE, Patrick P, Montoya GD, Garry PJ. Age-related changes in sex hormones affect the sex difference in serum leptin independent of changes in body fat. *Metabolism* 1999; **48**: 378-384.
  29. Sih R, Morley JE, Kaiser FE, Perry HM III, Patrick P, Ross C. Testosterone replacement in older hypogonadal men: a 12-month randomized controlled trial. *J Clin Endocrinol Metab* 1997; **82**: 1661-1667.
  30. Jackson JA, Riggs MW, Spiekerman M. Testosterone deficiency as a risk factor for hip fracture in men: a case control study. *Am J Med Sci* 1992; **304**: 4-8.
  31. Burger H, de Laet CE, van Daele PL, Weel AE, Witteman JC, Hofman A, et al. Risk factors for increased bone loss in an elderly population: the Rotterdam Study. *Am J Epidemiol* 1998; **147**: 871-879.
  32. Foresta C, Ruzza G, Mioni R, Meneghello A, Baccichetti C. Testosterone and bone loss in Klinefelter syndrome. *Horm Metab Res* 1983; **15**: 56-57.
  33. Wishart JM, Need AG, Horowitz M, Morris HA, Nordin BE. Effect of age on bone density and bone turnover in men. *Clin Endocrinol (Oxf)* 1995; **42**: 141-146.
  34. Bagatell CJ, Bremner WJ. Androgens and progestogen effects on plasma lipids. *Prog Cardiovasc Dis* 1995; **38**: 255-271.
  35. Phillips GB, Pinkernell BJ, Ying TY. The association of hypotestosteronemia with coronary heart disease. *Arterioscl Thromb* 1994; **14**: 701-706.
  36. Hak AE, Witteman JC, de Jong FH, Geerlings MI, Hofman A, Pols HA. Low levels of endogenous androgens increase the risk of atherosclerosis in elderly

- men: the Rotterdam study. *J Clin Endocrinol Metab* 2002; **87**: 3632-3639.
37. van den Beld AW, Bots ML, Janssen JA, Pols HA, Lamberts SW, Grobbee DE. Endogenous hormones and carotid atherosclerosis in elderly men. *Am J Epidemiol* 2003; **157**: 25-31.
38. Barret-Connor EL. Testosterone and risk factors for cardiovascular disease in men. *Diabetes Metab* 1995; **21**: 156-161.
39. Yue P, Chatterjee K, Beale C, Poole-Wilson PA, Collins P. Testosterone relaxes rabbit coronary arteries and aorta. *Circulation* 1995; **91**: 1154-1160.
40. Gould DC, Petty R, Jacobs HS. The male menopause-does it exist? *Br Med J* 2000; **320**: 858-861.
41. Morley JE, Perry HM III. Androgen deficiency in aging men. *Med Clin North Am* 1999; **83**: 1279-1289.
42. Morley JE, Perry HM III. Androgen deficiency in aging men: role of testosterone replacement therapy. *J Lab Clin Med* 2000; **135**: 370-378.
43. Silber SJ. Effects of age on male fertility. *Semin Reprod Endocrinol* 1991; **9**: 241-248.
44. Tsitouras PD, Bulat T. The aging male reproductive system. *Endocrinol Metab Clin North Am* 1995; **24**: 297-315.
45. Matsumoto AM. Andropause: clinical implications of the decline in serum testosterone levels with aging in men. *J Gerontol Med Sci* 2002; **57A**: M76-M99.
46. Schatzl G, Madersbacher S, Temml C, Krenn-Schinkel K, Nader A, Sregi G, Lapin A, Hermann M, Berger P, Marberger M. Serum androgen levels in men: impact of health status and age. *Urology* 2003; **61**: 629-633.
47. Vermeulen A, Kaufman JM. Diagnosis of hypogonadism in the aging male. *Aging Male* 2002; **5**: 170-176.
48. Tenover JL. Male hormone replacement therapy including «andropause». *Endocrinol Metab Clin North Am* 1998; **27**: 969-987.
49. Vermeulen A. Diagnosis of partial androgen deficiency in the aging male. *Ann Endocrinol (Paris)* 2003; **64**: 109-114.

## **CYSTOID MACULAR OEDEMA. ETIOLOGY. DIAGNOSIS. EVOLUTION AND TREATMENT**

CARLOS DANTE HEREDIA GARCÍA.

### **SUMMARY**

Cystoid macular oedema (CMO), also known as Irvine-Gass syndrome, is the most common cause of decreased central visual acuity (CVA) in different clinical and postoperative eye conditions.

Clinical conditions include certain predominantly vascular alterations (diabetic retinopathy, arterial hypertension, retinal vessel obstructions, etc.). Clinical CMO also occurs in various inflammatory conditions (Behçet's disease, chronic uveitis, etc.), drug-induced, iatrogenic or toxic disorders (topical epinephrine, systemic nicotinic acid, talc retinopathy, etc.), hereditary degenerative diseases (retinitis pigmentosa and related conditions) and tumours (malignant choroid melanoma, choroid hemangioma, etc.).

The postsurgical forms of CMO mainly comprise intracapsular aphakia, posterior capsulotomy with YAG laser in implantology, refractive surgery, penetrating keratoplasty in aphakic eyes, suprascleral implants or exoplants plus cryotherapy in the surgical management of retinal detachment, *pars plana* vitrectomy, peripheral iridectomy, etc.

A retrospective study has been made of 29 cases subjected to intracapsular cataract extraction (ICCE) in the *Centro de Oftalmología Barraquer (COB)* (Barcelona, Spain) between 1981 and 1994, with a presentation of our results and suggestions following strict patient follow-up over 13 years.

### **KEY WORDS**

Cystoid macular oedema.  
Photocoagulation.  
Visual acuity.  
Fluorescein angiography.

## INTRODUCTION

Cystoid macular oedema (CMO) has always been closely associated to conventional intracapsular cataract extraction (ICCE) surgery for, as will be seen below, the first findings of the syndrome were reported precisely in patients undergoing this surgical procedure.

Nevertheless, CMO is not exclusively related to ICCE, since it is also diagnosed in routine practice in various ocular conditions, both surgical and clinical; the latter particularly include some inflammatory, degenerative, vascular and other disorders (Tables 1-6).

---

### Surgical procedures

- Intracapsular cataracts.
  - Extracapsular cataract extraction + intraocular lens (IOL).
  - Following posterior capsulotomy with YAG laser in implantology post-phacoemulsification.
  - Penetrating keratoplasty in aphakic eyes.
  - Refractive surgery.
  - Peripheral iridectomy.
  - Filtering surgery for glaucoma.
  - Hypotony.
  - Cyclocryotherapy.
  - Suprascleral implants in retinal detachment surgery.
  - Cryotherapy.
  - *Pars plana* vitrectomy.
  - Use of hyaluronidase in surgery under local anaesthesia... C.D.H.G.
- 

TABLE 1. *Causes of cystoid macular oedema (CMO).*

---

### Hereditary degenerative diseases

- Sex-linked (chromosome X) hereditary retinoschisis\*.
  - Dominant autosomal macular dystrophy\*.
  - Retinitis pigmentosa.
  - Wagner's disease.
  - Goldmann and Favre disease.
  - Familial hereditary vitreoretinopathy, etc.
  - \* Without dye leakage. C.D.H.G.
- 

TABLE 2. *Causes of cystoid macular oedema (CMO).*

---

### Drug induced, iatrogenic or toxic disorders

- Epinephrine instillation.
  - Nicotinic acid\*.
  - Griseofulvin\*.
  - Talc retinopathy.
  - Phototoxicity (induced by coaxial illumination of the surgical microscope).
  - Idiopathic...
  - \* Without dye leakage from the perifoveal retinal capillaries. C.D.H.G.
- 

TABLE 3. *Causes of cystoid macular oedema (CMO).*

---

### Tumours

- Choroid hemangioma.
  - Malignant choroid melanoma (primary and secondary).
  - Postoperative following melanoma excision.
  - Ecto- and mesodermal phakomatosis.
  - Coats' disease.
  - Choroidoretinal angiomatosis... C.D.H.G.
- 

TABLE 4. *Causes of cystoid macular oedema (CMO).*

---

### Vascular disorders

- Retinal vessel obstructions.
  - Diabetic retinopathy.
  - Panretinal photocoagulation for diabetic retinopathy.
  - Retinal aneurysms and telangiectasias.
  - Vascular collagenosis.
  - Arterial hypertension.
  - Arteriosclerosis... C.D.H.G.
- 

TABLE 5. *Causes of cystoid macular oedema (CMO).*

---

### Inflammatory conditions

- Chronic uveitis.
  - Peripheral uveitis or *pars planitis*.
  - Toxoplasmosis.
  - Histoplasmosis.
  - Nematode-induced endophthalmitis.
  - Sarcoidosis.
  - Behçet's syndrome.
  - Birdshot choroidoretinopathy.
  - Neurosyphilis.
  - Accidental ocular contusion.
  - Sympathetic ophthalmia... C.D.H.G.
- 

TABLE 6. *Causes of cystoid macular oedema (CMO).*

From the historical perspective, the first biomicroscopic observation of changes in the macular area in patients undergoing ICCE was made by Hruby in 1950.

In 1953, Irvine confirmed the findings reported by Hruby in 1000 cases subjected to the same surgical procedure (22).

This author described the symptoms of the clinical condition, i.e., photophobia, loss of central visual acuity (CVA), metamorphopsia, conjunctival hyperaemia, aqueous humour turbidity due to the accumulation of cells (leukocytes) with flare or the presence of proteins, papillitis, vitritis, retinal phlebitis, miosis, increased intraocular pressure, vitreous prolapse in the anterior chamber due to delayed breakage of anterior hyaloid membrane, etc.

Irvine added that the condition occurs during the late postoperative period, i.e., after one to three months, and never or only rarely earlier, particularly in eyes pre-

viously having an excellent anatomic and functional outcome, as confirmed by other authors (5,8,21).

In 1966, Gass and Norton reported that the macular changes described by Hruby, Irvine and later Chandler (absence of the foveolar reflex and a peculiar blurriness in the macular region) are difficult to visualize ophthalmoscopically but can be easily seen by slit lamp examination using the Goldmann lens (retroillumination with a fine oblique slit, with visualization of the thickening and alteration of the anterior profile line of Busacca's parallelepiped) as the clinically significant swelling or oedema typical of the condition described (36).

These latter authors subsequently reported the first results of fluorescein angiogram (FA) studies that allowed a more careful and detailed observation of the syndrome and constituted a valuable contribution to the establishment of a precise diagnosis (5,8,13,14,37).

Thanks to FA, the incidence of CMO diagnosed in patients undergoing ICCE increased from 3% to 54%, with an average of 40% (23).

The fluorescein angiographic image is very typical and suggestive, since it shows a petal-shaped accumulation of dye in late phase angiograms, corresponding to contrast leakage due to the hyperpermeability of the dilated perifoveal capillaries (Figure 1).

This gradual fluorescein oozing eventually results in dye accumulation in the circumfoveal cystoid spaces. The retinal cystoid spaces are pathognomonic of CMO and, according to some authors, originate from the degenerating Müller cell layer (intracellular theory); according to others, however, the origin is to be found between the external plexiform layer (or Henle's fibre layer) and the internal granulosa (extra-

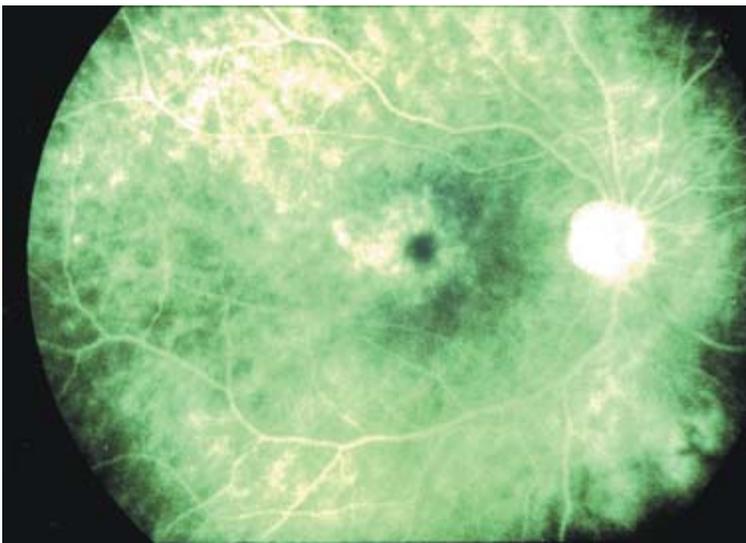


FIGURE 1. Late phase fluorescein angiogram. Cystoid macular oedema. Typical petal-shaped or stellate image. The former is the generally used term. Right eye (R.E.).

cellular theory). In any case, there is general agreement on the existence of breakage of the blood-aqueous and blood-retinal barriers and/or local anoxia (1).

Extravasation or loss of dye from the capillary network of the second cranial nerve (papillary hyperfluorescence) is sometimes seen, as well as the presence of fluorescein in the anterior chamber (aqueous humour) arising from the anterior and middle uvea (12,14)(Figure 2).

CMO can also be confirmed by optical coherence tomography (OCT) and A-B ultrasonography (33)(Figure 2A).

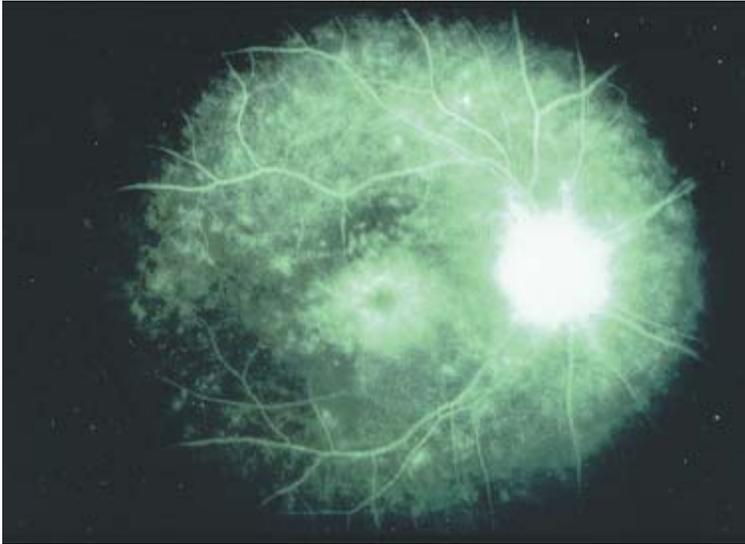


FIGURE 2. *Papillary hyperfluorescence. R.E.*



FIGURE 2A. *A-B ultrasonography. Cystoid macular oedema.*

The intracellular theory proposes the development of cystic or pseudocystic retinal cavities from degenerated Müller cells; histopathologically, an initial oedema of these cells would subsequently lead to the formation of vacuoles that would fill the cell cytoplasm and give rise to a burst secondary to cell wall rupture. Cysts or cystoid formations would then result, particularly following effraction of the neighbouring cells (42).

The extracellular theory is in turn based on the findings of electron microscopic studies. According to this theory, cyst formation would be the result of serum exudation distending the extracellular space between the internal nuclear and external plexiform or Henle retinal layers (15).

Other pathogenetic hypotheses have also been proposed, of which only a few are described below for the sake of brevity. Nevertheless, no single all encompassing etiological theory has been developed to date.

The tractional, vascular and inflammatory theories will be discussed.

The hypothesis of vitreous traction associated to surgery is based on the presence of webs of the gel incarcerated within the corneal wound following ICCE, at a time when no alternative technique was favoured (3).

In addition to the above described symptoms, these fibres would be responsible for the discoria (pearl shaped pupil) resulting from wedging in the corneoscleral incision with traction upon the base of the vitreous and the macula. This latter event would be the cause of CMO, due to mechanical traction by the fibres in the adhesion areas, particularly during pupil dilatation and contraction, and in endophthalmodonesis or iris movement on the vitreous adhered to the macula, or trembling motion of the eye (ophthalmodonesis)(Figures 3, 4 and 5).



FIGURE 3. *Cystoid macular oedema. Biomicroscopy of the anterior segment. Vitreous wedged in corneoscleral incision. ICCE. Tractional theory R.E.*

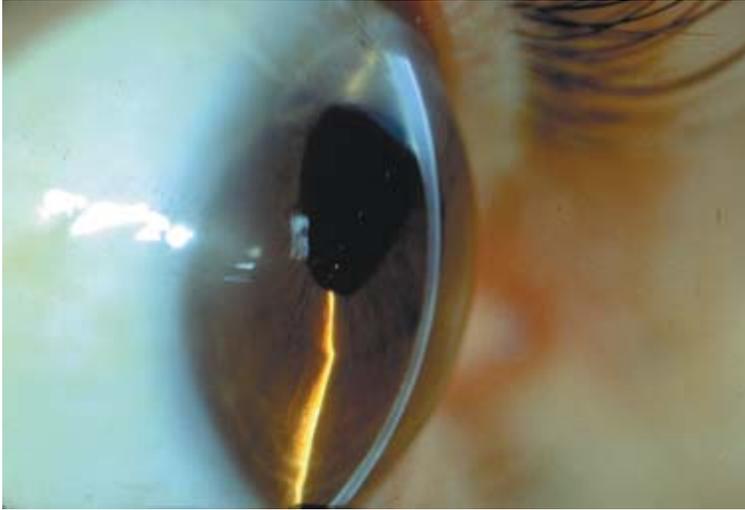


FIGURE 4. *Lateral view. Photograph of the same case (discoria). Tractional theory.*

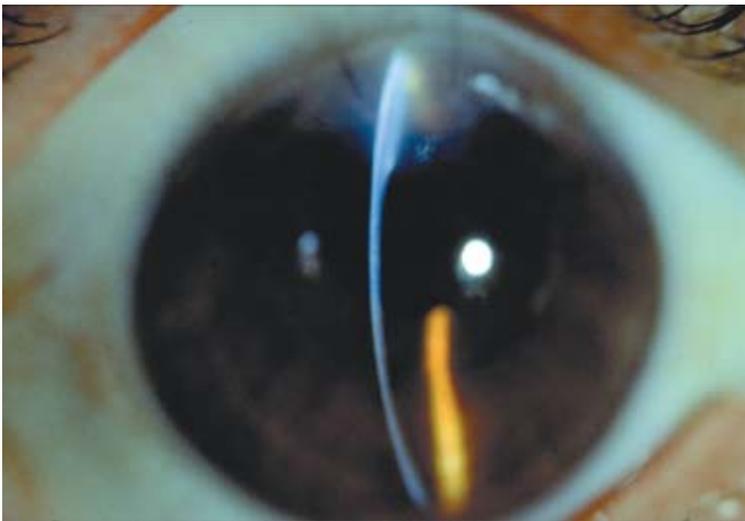


FIGURE 5. *Narrow slit, anterior plane. Same case as in Figures 3 and 4.*

In addition to the inclusion of vitreous tufts in the scar, changes in secondary biochemical activity occur, as well as the presence according to some authors of a premacular or posterior precortical vitreous bursa where different substances with toxic effects upon the macula, such as oxygen free radicals, cytokines, etc., are deposited. In this context, age-related posterior vitreous detachment (PVD) results in the formation of a hole in the posterior cortex of the gel through which these toxic substances —previously stored and retained within the *bursa premacularis*— are now able to diffuse to the macula (25,38,41).

The vascular theory in turn attributes the pathogenesis of CMO to cardiovascular disease, systemic arterial hypertension, diabetes mellitus, arteriosclerosis and other organic conditions involving marked instability of the chorio-retinal vascularization, leading to increased perimacular capillary permeability (16,28) Table 5.

The inflammatory effect of surgery must be summed to the above considerations. Thus, according to some authors a mixed inflammatory and vascular theory should be proposed, while others (as shown below) advocate the pure inflammatory hypothesis.

Support of the inflammatory theory comes from the clinical signs that typify the syndrome: conjunctival hyperaemia, the Tyndall effect or cells and flare in the aqueous humour (the Tyndall effect being the result of cell concentrates —mainly leukocytes— that cross the vascular endothelium, causing active inflammation; the flare effect is caused by proteins resulting from the vascular hyperpermeability secondary to wall alteration), vitreous turbidity, photophobia, CVA impairment, micropsia, and dysmegalopsia - in sum, anterior and posterior polaritis (Figure 6).

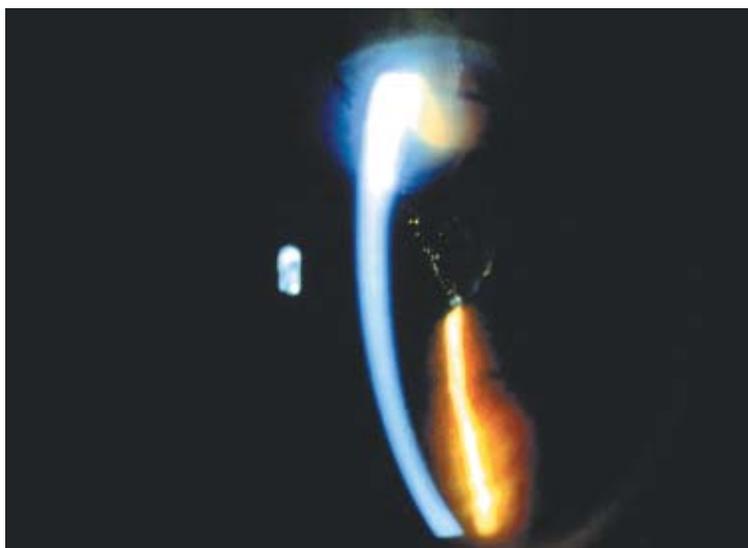


FIGURE 6. *Anterior polaritis secondary to ICCE with CMO.R.E. (Flare).*

Substances causing ocular inflammation have a predominant role in the postoperative inflammatory mechanism leading to CMO. These include prostaglandins (PGE and PGF2), leukotrienes, neuropeptides (particularly substance P), lysosomal enzymes, histamine, endotoxins, interleukins, immune complexes, bradykinin, serotonin, acetylcholine and other less important vasoactive substances that nevertheless influence the changes in biochemical activity (2,29).

These biotoxic elements from the anterior uvea migrate as a result of the surgical insult towards the macular area via two pathways: (a) Rupture of the blood-aqueous barrier and anterior aspect of the vitreous or anterior hyaloid membrane (which acts as a physiological-mechanical barrier when intact), reaching the perifoveal capillaries

to cause local dilatation and hyperpermeability by altering the zonulae occludens, or junctional complexes of the capillary endothelial cells (internal blood-retinal barrier), and the resulting transudate leakage into the retinal thickness (17,18,40) (Diagrams 1 and 2).

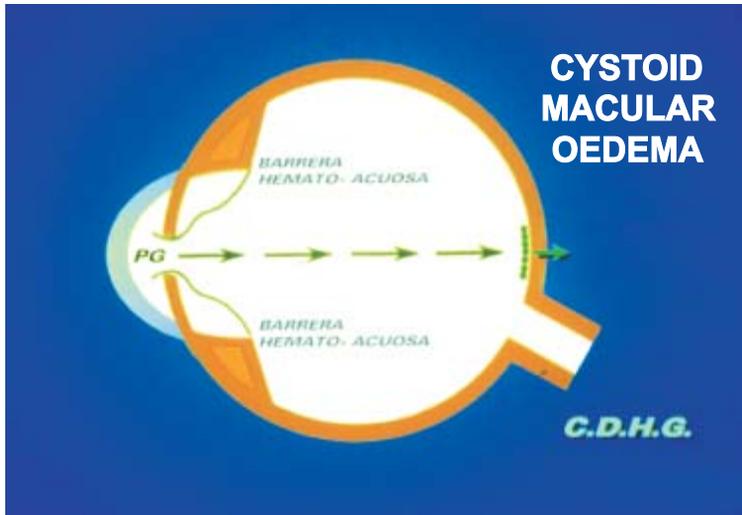


DIAGRAM 1. *Anteroposterior passage of inflammatory mediators (prostaglandins, immune complexes, lysosomes, endotoxins, interleukins, etc.).*

---

Postoperative damaging, inflammatory action.

—  
Causes

—  
release of prostaglandins, leukotrienes, toxins, immune complexes, etc.,  
within the anterior chamber (aqueous humour) due to rupture  
of the blood-aqueous barrier (shown by fluorophotometry).

—  
These cross the vitreous to reach

—  
the perifoveal capillaries (leading to rupture of the blood-retinal barriers)

—  
thus resulting in

—  
cystoid macular oedema, (shown by FA).

---

DIAGRAM 2. *Schematic representation of the inflammatory-vascular hypothesis of CMO pathogenesis following ICCE, (relationship between prostaglandins, other inflammatory mediators and blood-eye barriers).*

(b) Passage of the inflammatory mediators towards the macula as a result of PVD, which causes dehiscence of the posterior vitreous cortex (25,38,41).

The inflammatory theory, hypothesis or doctrine has been confirmed by a number of authors using fluorophotometric methods (7,30,35).

Prostaglandins (PG) are synthesized in all tissues from arachidonic acid which, under the action of two enzymes (endoperoxide isomerase and prostacyclin synthase), forms PGH<sub>2</sub> - a biologically active substance that in turn yields PGG<sub>2</sub> and thus also the forms PGE<sub>2</sub>, PGF<sub>2</sub> alfa, and PGD<sub>2</sub>, which are released locally and act *in situ* (31).

In turn, leukotrienes are derived from arachidonic acid contained within leukocytes by the metabolic pathway of lipooxygenases **5, 12 and 15** (4,6).

PGE<sub>2</sub> and PGF<sub>2</sub> are involved, along with leukotrienes B<sub>4</sub> and E<sub>4</sub>, in the pathogenesis of CMO (according to the inflammatory theory)(32).

Recently, the release of other inflammatory mediators such as interleukins has also been suspected to be involved in the development of CMO (10).

### MATERIAL AND METHODS

A total of 29 cases corresponding to the period 1981-1994 were retrospectively studied in the *Centro de Oftalmología Barraquer (COB)*(Barcelona, Spain).

This patient group consisted of 18 men and 11 women (Graph 1).

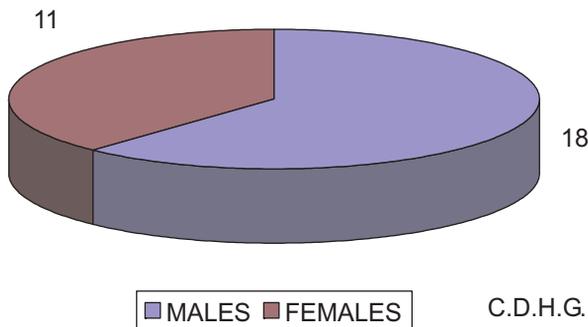
The mean patient age was 65.5 years, with a range of 51-85 years.

The development of CMO spanned an average of 3 months (range 1-5.5 months).

All cases but one were subjected to ICCE under general anaesthesia (GA), in the awareness that CMO is less frequent with GA than when locoregional anaesthesia (LRA) is given, since administration of hyaluronidase at retrobulbar level when LRA is used explains the pathogenesis and occurrence of some CMO (37).

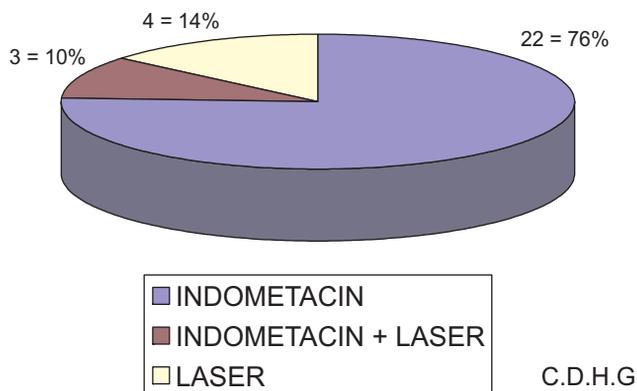
Actually concepts and behaviour have been widely changed.

A group of 22 patients (76%) received medical treatment only, in the form of topical indometacin (10 mg/ml eyedrops) in fractionated doses: one drop every 8 hours.



GRAPH 1. *Cystoid macular oedema. Sex distribution.*

Three patients (10%) were treated in the same way though adding laser photocoagulation, while the remaining four patients (14%) received only laser therapy. One of these four individuals showed marked hypersensitivity to both systemic and topical indometacin, thus warranting increased emphasize on laser therapy (Graph 2).



GRAPH 2. Cystoid macular oedema. Percentage distribution by treatment.

In all cases an accurate diagnosis was basically established by decreased CVA, metamorphosis with Amsler's test, posterior pole biomicroscopy, ophthalmoscopy, FA, OCT...

Where necessary, when no angiogram is available, it is possible to perform angiography using indirect ophthalmoscopy, or also by biomicroscopy with cobalt blue filter, after oral administration or sodium fluorescein (27,34).

All patients were followed-up on by the same examiner physician over 2, 4 and 6 months of treatment. All cases that failed to comply with the established protocol were discarded (Figures 7 to 30).

All cases that failed to comply with the established protocol were discarded.

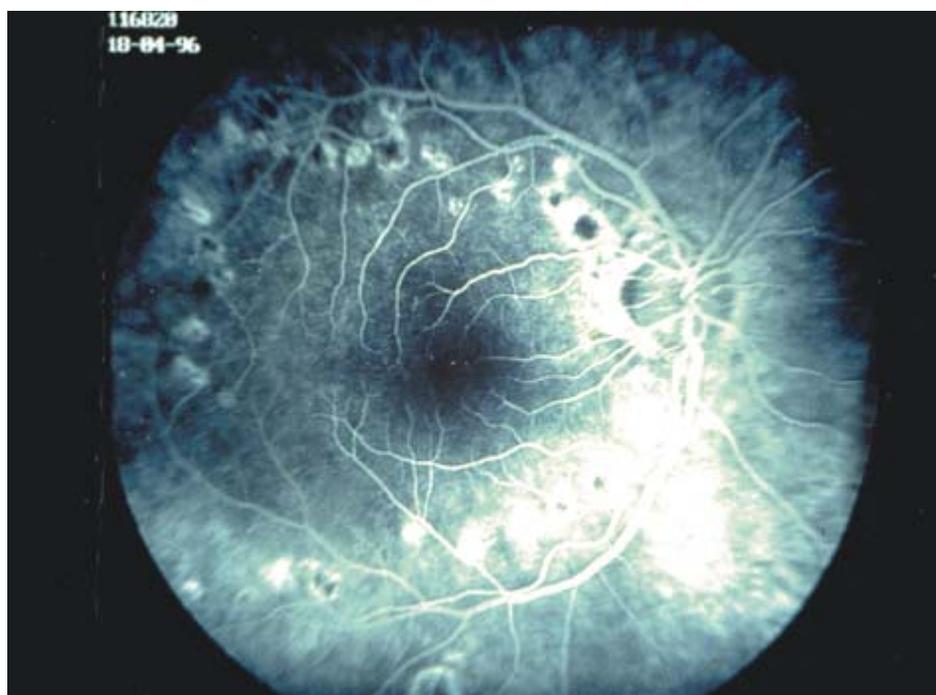
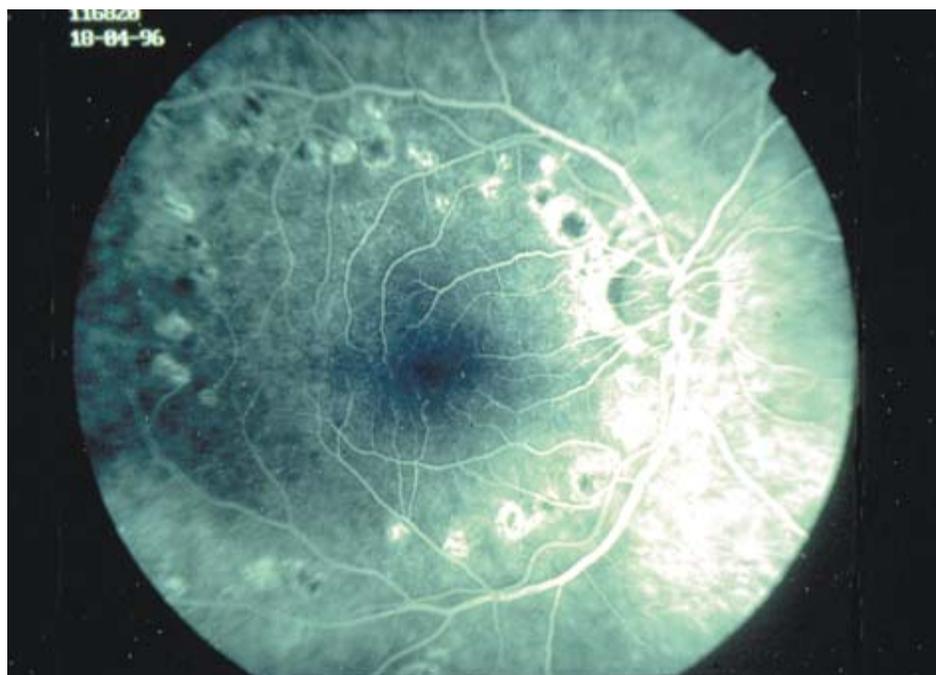
Photocoagulation was carried out using a monochromatic green wavelength argon device in four cases, delivering between 150 and 155 shots to a 200 µm spot (time 0.2 s, power 130 mW, approximately). In the remaining three cases the yellow dye wavelength was used, delivering 130 to 140 shots to a 200 µm spot (time 0.2 s, power 200 mW). (Figures 7, 8, 9 and 10).



FIGURE 7. *CMO secondary to ICCE. FA. R.E.*



FIGURE 8. *CMO secondary to ICCE. FA. R.E.*



FIGURES 9 AND 10. FA. Late phases (R.E.). Six months after atypical laser photocoagulation of the posterior pole, without NSAID's. CVA. Initial. R.E. = 0.3 No. 2 with refractive correction(C). Without metamorphopsia (WM). CVA. Final. R.E. = 0.9 No. 1 C. WM.

**ANOTHER CASE TREATED ONLY WITH CONFLUENT LASER**

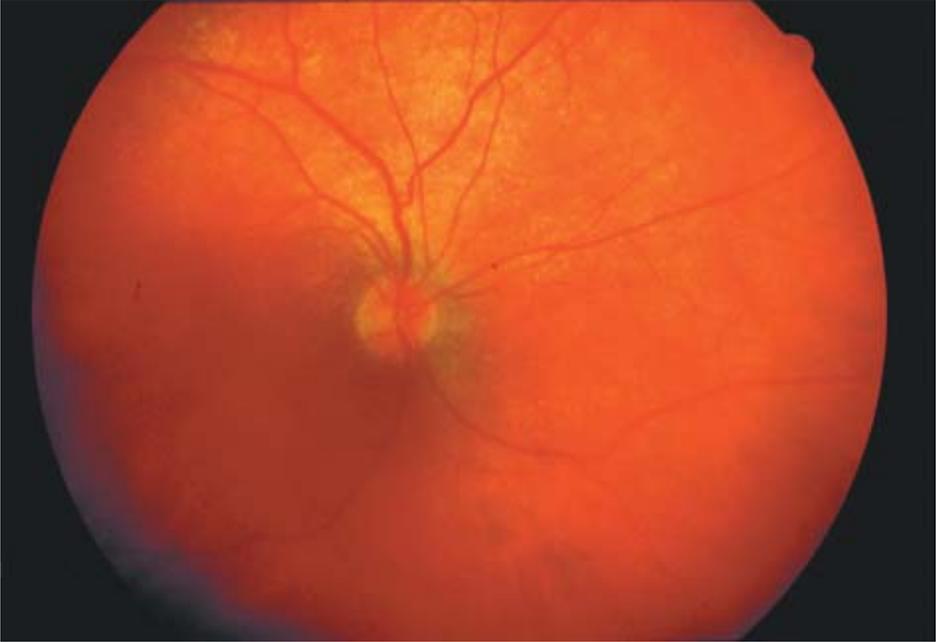


FIGURE 11. *CMO. Simple colour retinography. R.E.*



FIGURE 12. *CMO. Retinography with anerythral light. R.E.*



FIGURE 13. *CMO. Arteriovenous phase. FA. R.E.*

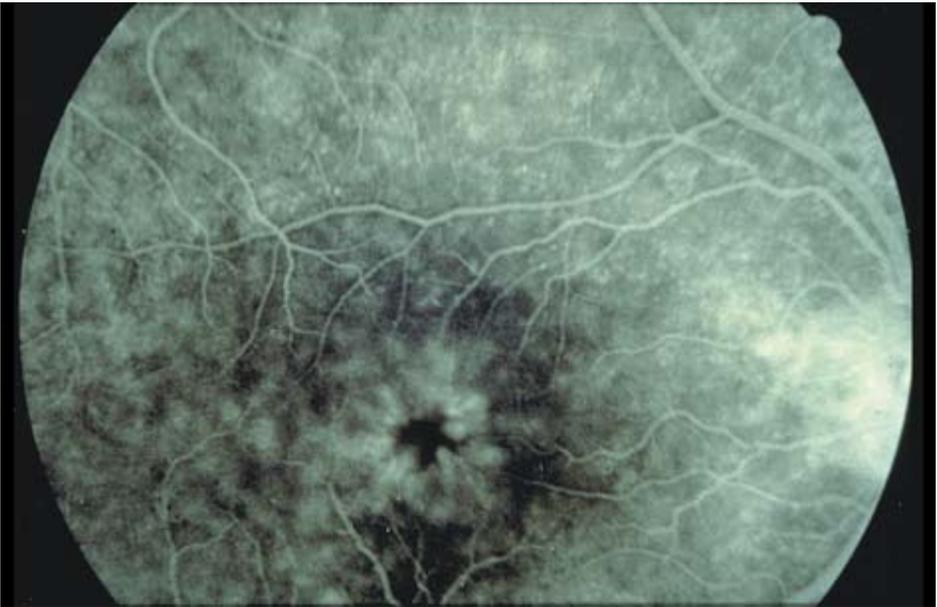


FIGURE 14. *CMO. Typical. Late phases. FA. R.E.*

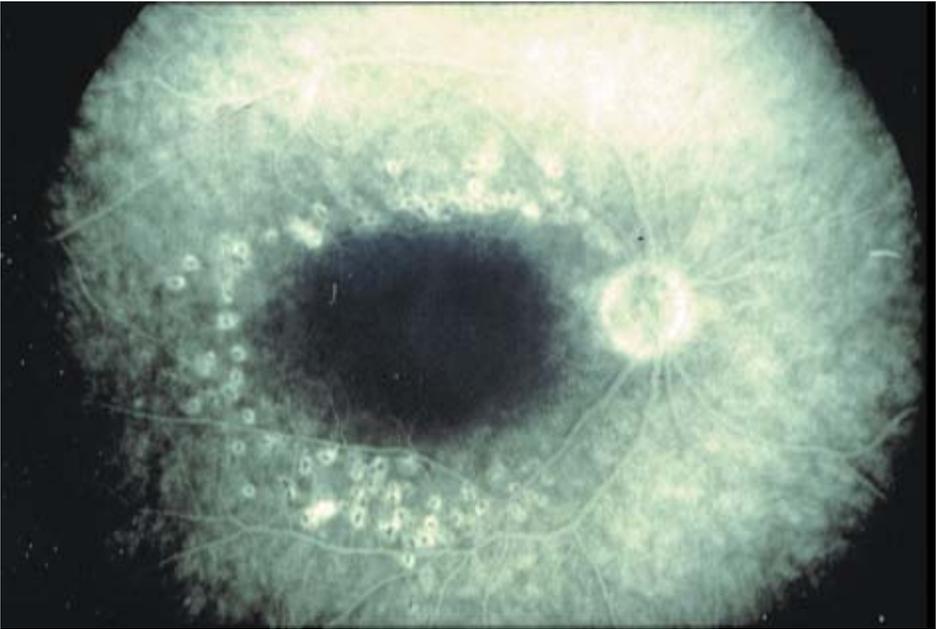


FIGURE 15. *CMO. Laser photocoagulation. Four months later. Same case as before. FA. Late phases. R.E.*

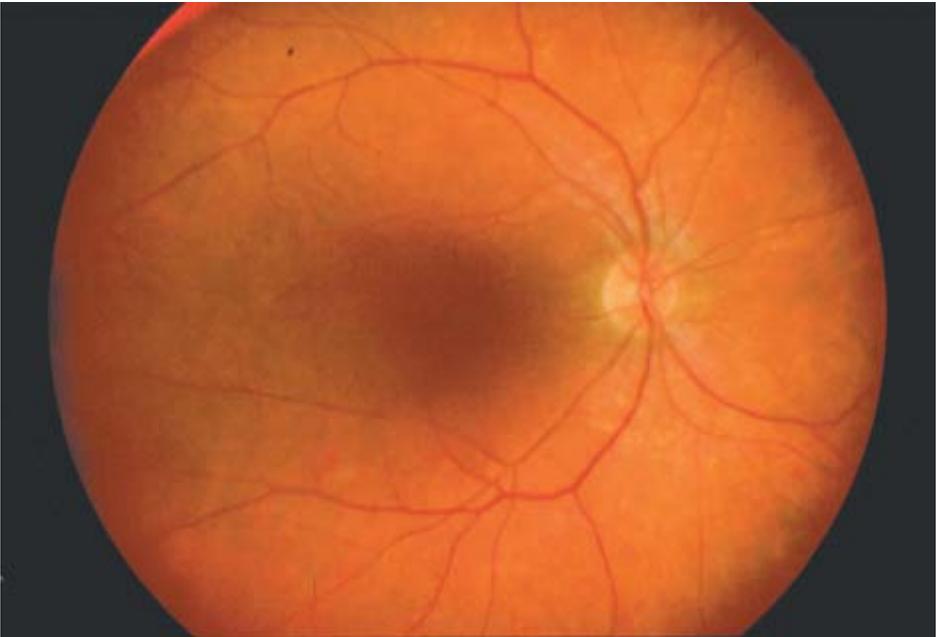


FIGURE 16. *CMO. Simple colour retinography. Previous case. R.E.  
CVA. Initial. R.E. = 0.5 No. 1 C. WM.  
CVA. Final. R.E. = 0.65 No. 1 C. WM.*

CASE TREATED ONLY WITH TOPICAL INDOMETACIN (NSAID)



FIGURE 17. *Simple colour retinography. CMO. Left eye (L.E.).*



FIGURE 18. *Retinography with FA. Late phases. CMO. L.E.*

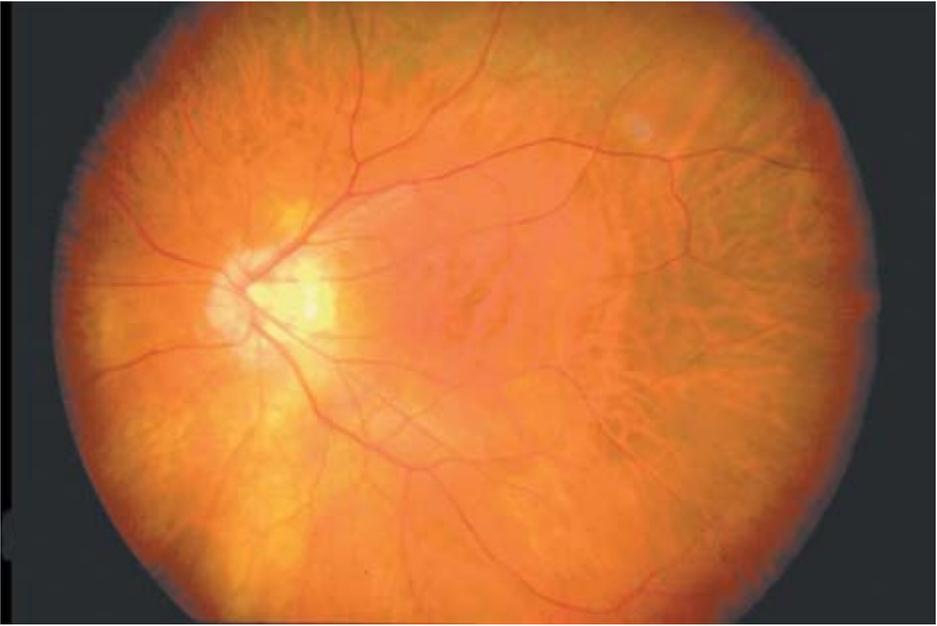


FIGURE 19. *Simple colour retinography. Previous case. Four months after starting local treatment. L.E.*

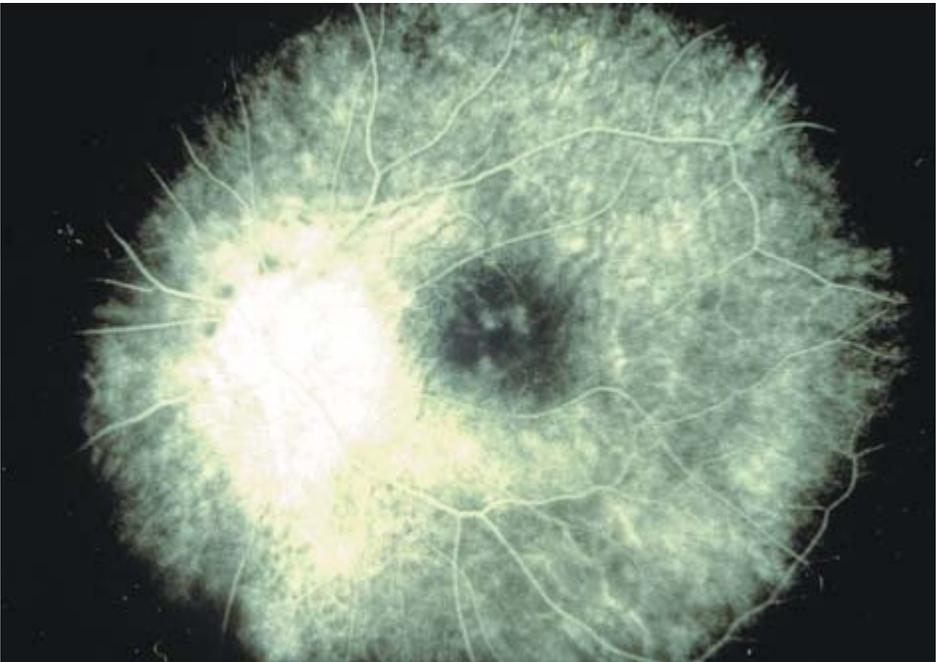


FIGURE 20. *Retinography with FA of same case. L.E.  
CVA. Initial. L.E. = 0.4 No. 1 C. WM.  
CVA. Final. L.E. = 0.95 No. 1 C. WM.*

**ANOTHER CASE TREATED ONLY WITH TOPICAL NSAID'S**



FIGURE 21. *Simple colour retinography. CMO. L.E. Macula with typical yellowish appearance.*

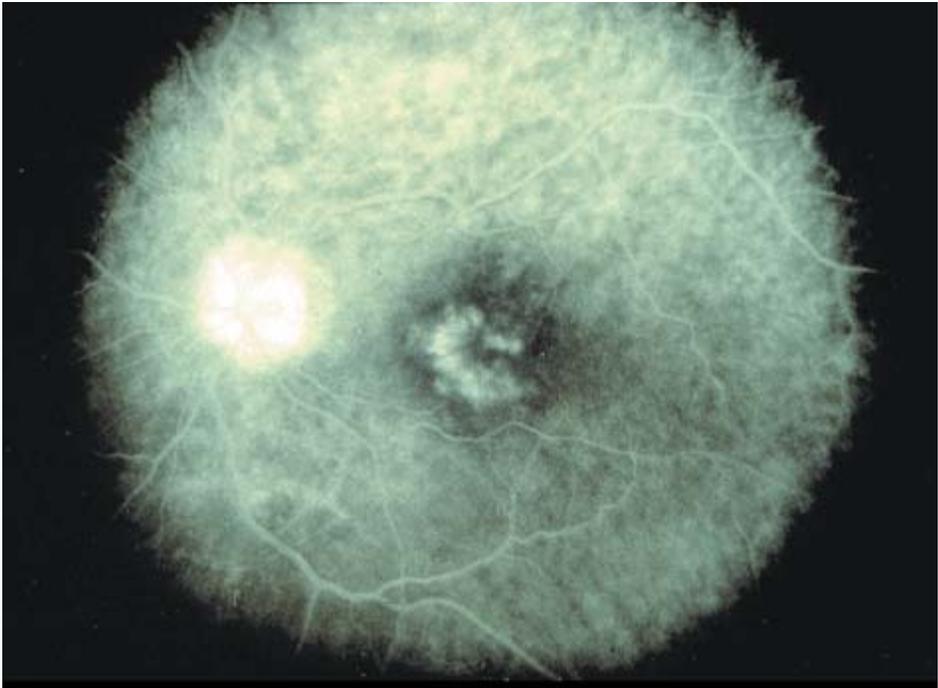


FIGURE 22. *Retinography with FA. Late phases. CMO. L.E.*

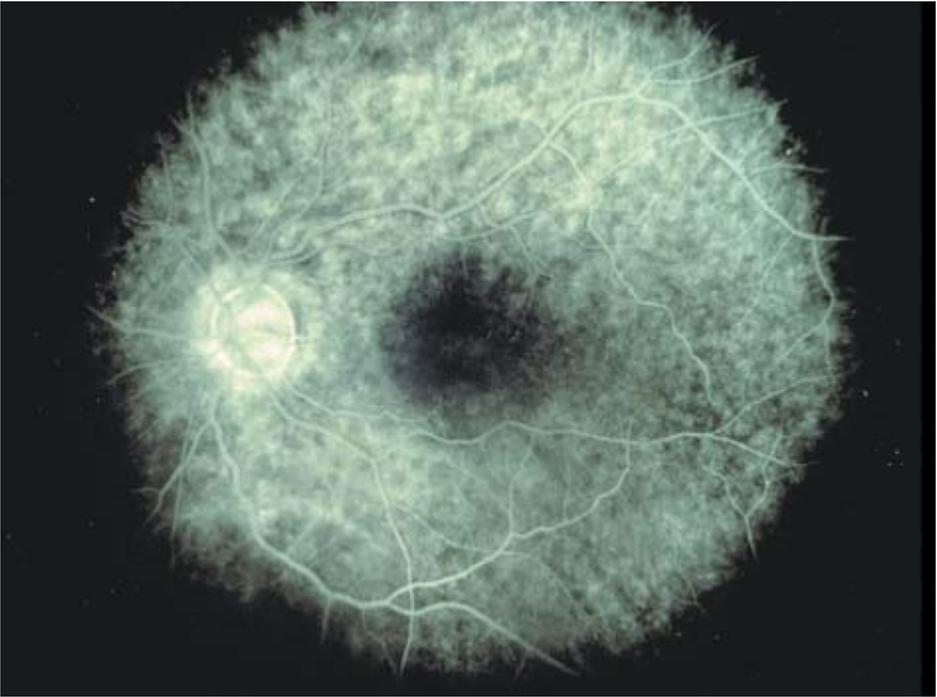


FIGURE 23. *FA. Late phases. Previous case. Four months after starting local treatment. CMO. L.E.*

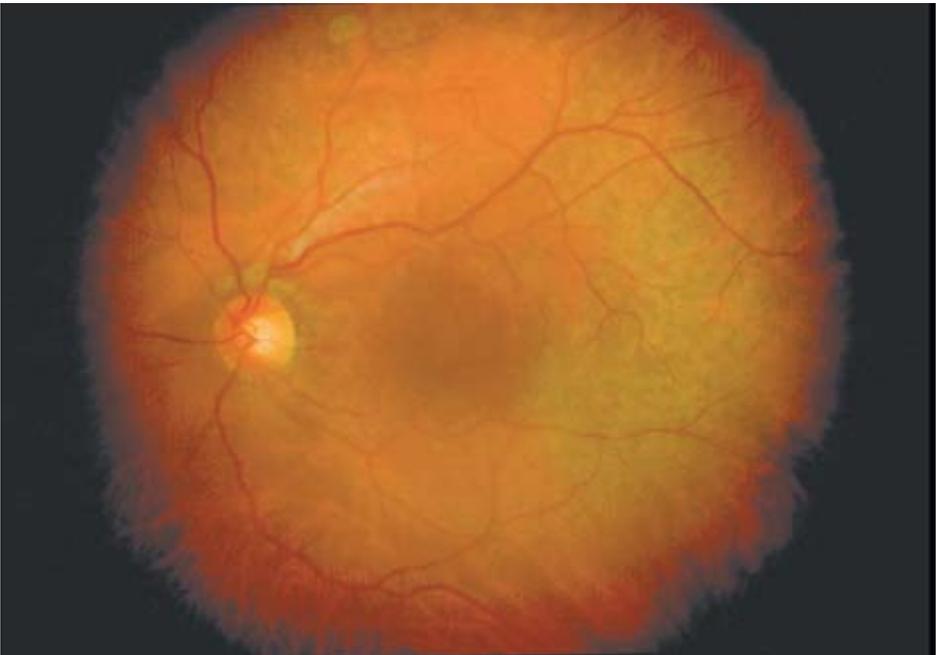


FIGURE 24. *Simple colour retinography in the same case. CMO cured by topical indometacin. L.E. CVA. Initial. L.E. = 0.4 No. 2 C. WM. CVA. Final. L.E. = 0.9 No. 1 C. WM.*

ANOTHER CASE TREATED ONLY WITH TOPICAL NSAID'S

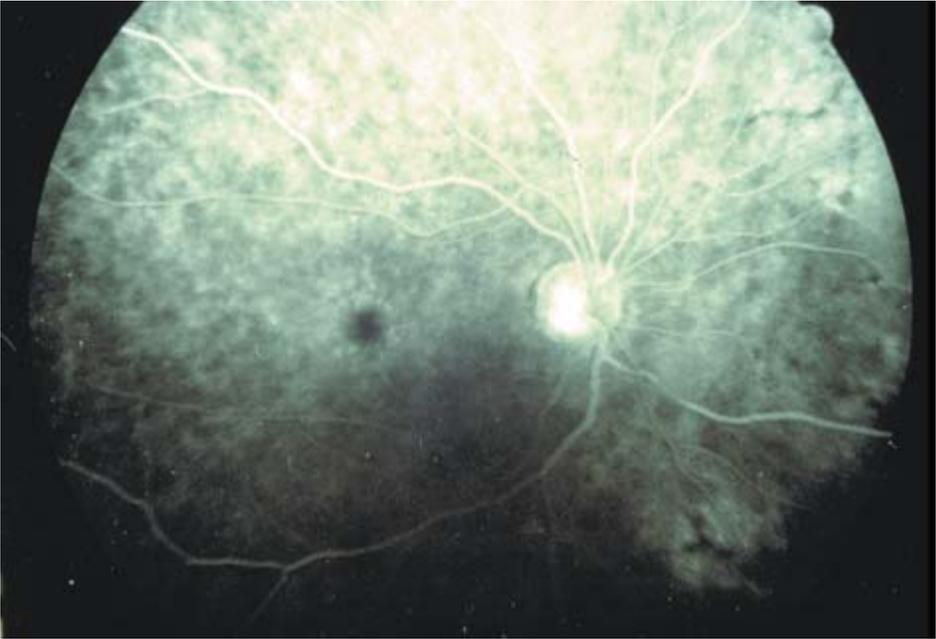


FIGURE 25. FA. Late phases. Typical CMO. R.E.

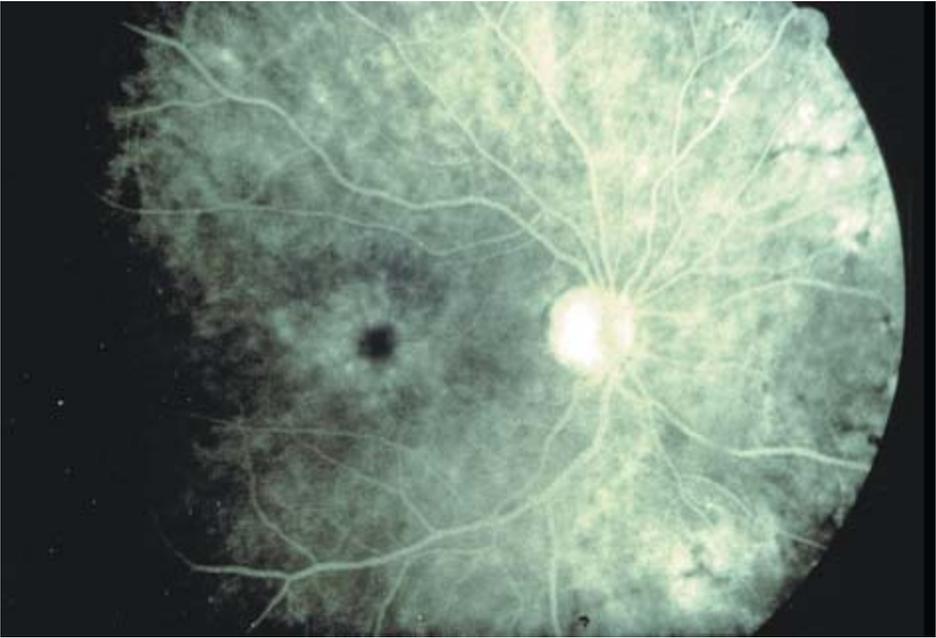


FIGURE 26. Late phases. Typical CMO. R.E.

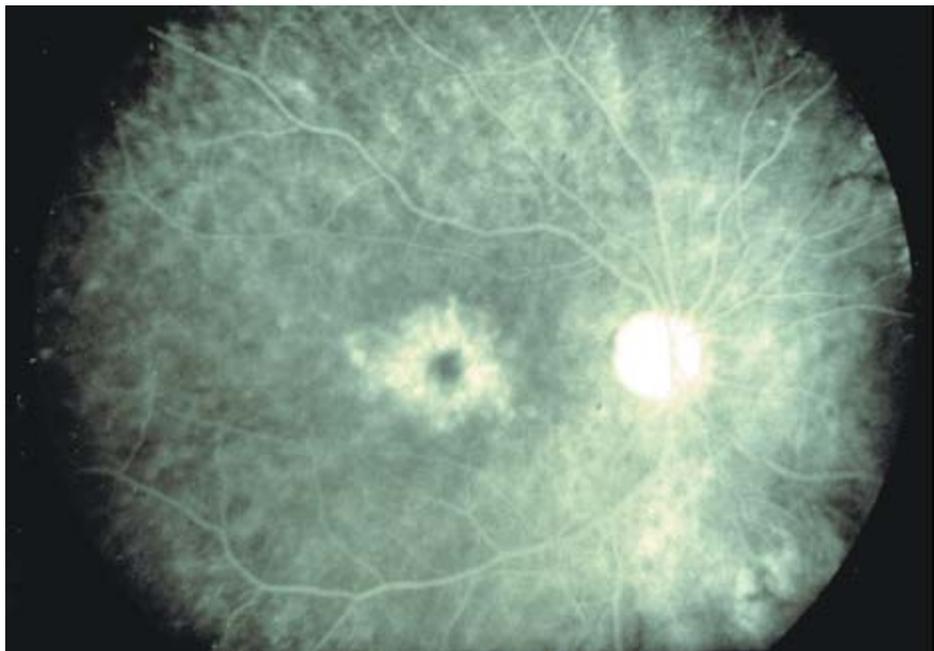


FIGURE 27. *Late phases. Typical CMO. R.E.*



FIGURE 28. *Simple colour retinography of the same case, healed after three months with daily instillation of NSAID's (one drop every 8 hours). R.E.*



FIGURE 29. *Retinography with anerythral light. Previous case. CMO healed with topical treatment. R.E.*

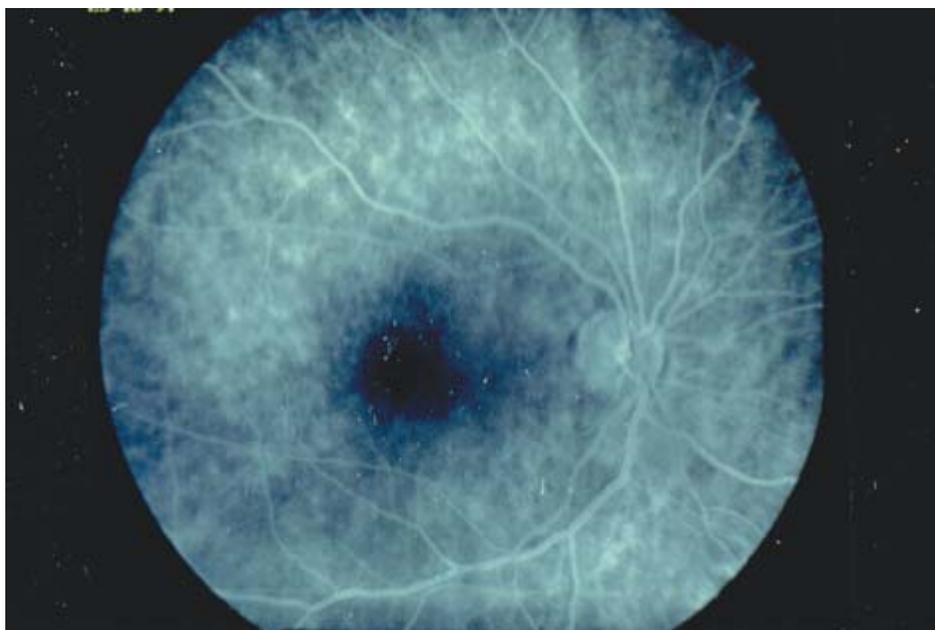
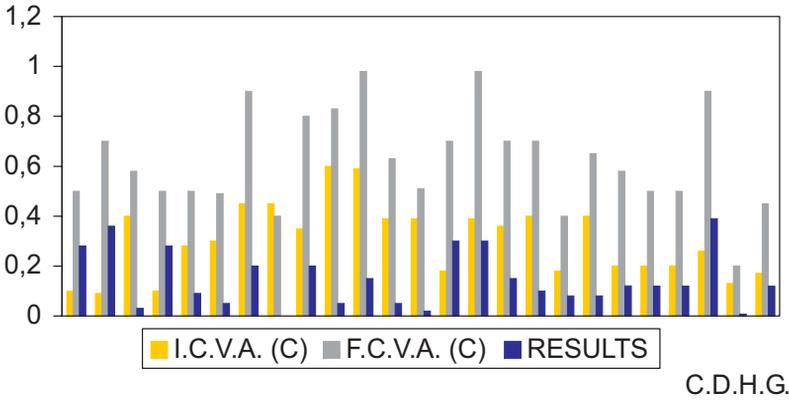


FIGURE 30. *FA. Late phases in the same case. R.E.  
CVA. Initial. R.E. = 0.09 No. 6 C. WM.  
CVA. Final. R.E. = 0.5 No. 1 C. WM.*

**RESULTS**

The biostatistical tests applied to the CVA variables were only performed in the most numerous group, i.e., the one treated with topical indometacin (22 cases = 76%). For this, Pearson’s test was used (chi-squared = 0.5074) for N = 1 and K = 2, with a significance level  $\alpha = 0.10$ , and a theoretical N distribution (mean = 0.330;  $\sigma = 0.1475$ ).

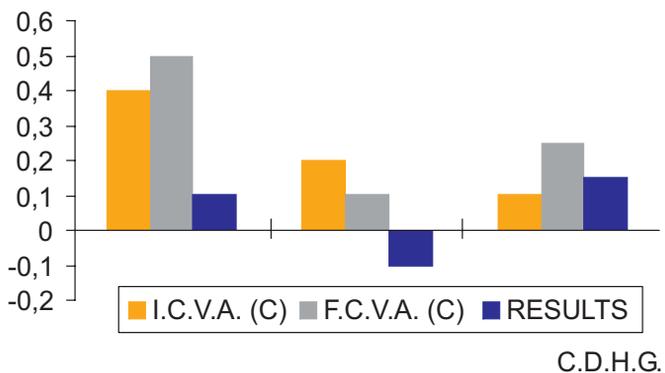
Improvement in CVA in under 6 months after topical NSAID’s instillation was  $0.330 \pm 0.1$  - yielding a value of 0.13, which is clinically and statistically significant based on the test used. The 95% confidence interval corresponded to an upper and lower limit of 0.3878 and 0.221, respectively (Graph 3).



GRAPH 3. Indometacin treatment (according to Pearson’s test).  
 ICVA: Initial central visual acuity. FCVA: Final central visual acuity. C: With refractive correction.

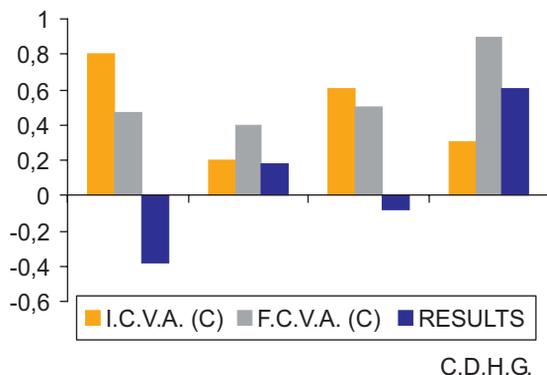
It should be added that in this first group, CVA continued to improve in subsequent controls.

The second group, treated with indometacin plus laser photocoagulation, showed an improvement of 0.05 (Graph 4).

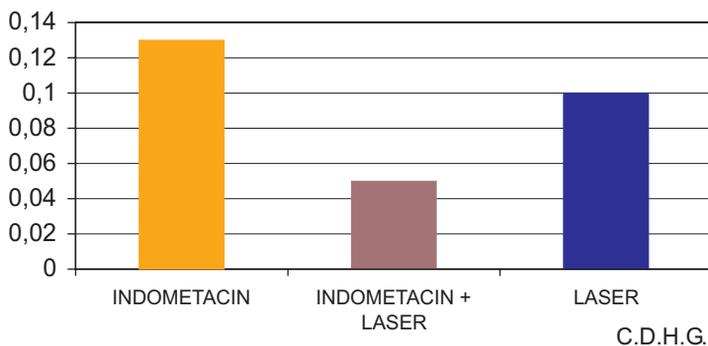


GRAPH 4. Treatment with indometacin and laser.

The third group, given only confluent laser therapy, showed an improvement of 0.10 (Graphs 5 and 6).



GRAPH 5. Laser treatment.



GRAPH 6. Cystoid macular oedema. Total cases and treatments.

## DISCUSSION

No single aetiology is able to fully account for the development of cystic or cystoid macular oedema; consequently, the condition should be regarded as having a multifactorial origin.

Despite spontaneous resolution of the clinical picture in many cases (in up to 80% according to some authors), in a large and significant number of cases the course of the disease does not lead to *ad integrum* restitution, and a foveal perforation, macular epiretinal membrane or disc-shaped scar may eventually result in some cases. The two latter conditions occur when the syndrome becomes chronic, and require immediate and selective treatment (9,39).

Transudate accumulation within the Henle fibre or external plexiform layer surrounding the fovea is explained in histopathological terms by the fact that this thick

retinal membrane may collect relatively large amounts of fluid within its multiple cavities - with edematization occurring in response to minimal stimuli.

The avascular nature of the macular area substantially limits fluid and oedema absorption by the Henle and internal nuclear layers. This condition explains the application of physical therapy (laser photocoagulation) in certain specific cases, based on the concept that laser therapy stimulates the release of inhibitory factors from the pigmentary epithelial cells to increase the reabsorption of fluid deposited within the retinal layers after pumping towards the choroid; this is an adjuvant mechanism for the resolution of CMO. However, not all authors readily accept this latter postulate, and some reject the idea.

Preventive drug treatment (particularly topical) is widely used, since the blood-retinal barriers (particularly the external) hinder passage into the posterior segment when drugs are administered systemically (19,26,32).

Nevertheless, oral carbonic anhydrase inhibitors (specifically, acetazolamide 250 mg every 12 hours) are commonly prescribed, for they also increase the absorption capacity of the choroid and pigmentary epithelial cells, thus initially contributing to remove the intra-retinal fluid by stimulating active ion transport pump. In theory, this is the way in which all transudates typically found in CMO are removed.

The use of conventional topical corticoids was once very widespread. However, although such drugs do exert potent anti-inflammatory effects, their side effects (immune suppression, delayed healing, secondary glaucoma, enhancement of bacterial and fungal overinfection, etc.) advise against their use. Furthermore, the conventional corticoids only inhibit the leukotrienes, regardless of the administration route employed.

Non-steroidal anti-inflammatory drugs (NSAIDs) are very effective, as reflected by the results of the present study.

In this context, both indometacin and sodium diclofenac eyedrops readily penetrate inside the eyeball, causing marked inhibition of prostaglandin synthesis without the untoward effects elicited by these same drugs when administered systemically. Early CMO remission is thus achieved by blocking of the inflammatory reaction mediators. Moreover, sodium diclofenac, which is also analgesic and acts only upon the anterior segment, can be combined with indometacin, since the latter acts upon the posterior pole - thereby avoiding possible incompatibilities between both two drugs.

The formulation of the indometacin preparation used in the present study includes two alcoholic preservatives (benzyl and phenylethyl alcohol), which in addition to the alkaline nature (pH 9) of the solution account for the burning sensation referred by some patients after instillation.

This very mild symptom has been little reported in our series, for we recommended rubbing the eyedrop bottle before use, and storage in the home refrigerator door compartment between local treatments.

We likewise observed no cases of intraocular hypertension, bullous keratitis or iatrogenic miosis. Surgery was not required (*pars plana* vitrectomy), since among

other parameters patient response to medical treatment was excellent and the duration of the process was under 6 months in all cases. Moreover, significant improvements in CVA have been recorded over time (after 1-2 years).

In pseudophakic eyes even by extracapsular cataract extraction (ECCE), the incidence of CMO is much lower - as also occurs when the intraocular lens (IOL) is placed into the capsular sac (CS) instead of the anterior chamber (AC). However, the development of CMO has occasionally been reported in patients subjected to cataract extraction with IOL implantation in the CS (24,39).

**In our opinion, this latter observation is due to age-related PVD, which causes the hole in the central posterior hyaloid (*bursa premacularis*) through which the vasoactive substances described by Kishi, Shimizu and Worst diffuse towards the macula. (25,41).**

Authors such as Hitchings suggest that in cases of ICCE the incidence of CMO can reach 50%, both when the conventional technique is used and when the IOL is implanted in the AC (20).

One aspect that remains to be addressed is why the fundamentally inflammatory condition develops in late phases rather than suddenly or during the early postoperative period. This supports the immune hypothesis of the syndrome, for it accounts for the presence of autoantigens which could induce an immune reaction when slowly released or deposited in the vitreous (10).

## CONCLUSIONS

Although the natural history of CMO tends towards spontaneous resolution in 80% of cases (particularly in subclinical presentations), immediate therapeutic measures relieves the troublesome symptoms, prevents potential chronic complications and contributes to ensure prompt vision recovery.

The intact posterior capsule in phacoemulsification or ECCE plus IOL prevents the inflammatory mediators from reaching the posterior pole, however, if in these pseudoaphakic eyes capsule photocoagulation is performed (e.g., capsulotomy with YAG laser) due to opacification of the latter, with the subsequent reduction in visual acuity, the incidence of CMO increases for obvious reasons - reaching the proportion observed for ICCE.

We have no long experience with the administration of other inhibitors such as aspirin, carbonic anhydrase inhibitors or with the instillation of eyedrops composed of flurbiprofen or ketorolac tromethamol in CMO (11). Nor with intravitreal and subtenon's injections of steroids (triamcinolone acetonide), neither by sustained release of intraocular implants.

The high frequency of CMO has decreased with the increasing performance of ECCE and phacoemulsification, particularly when the IOL is implanted into the CS, because of the reasons given above.

OCT is supremely useful as diagnostic method.

In some cases, laser photocoagulation is quite successful.

In selected cases a surgical approach ought to be done.

**Recently intravitreal injection of triamcinolone acetonide is being used as an adjunct therapeutic option for long-standing cystoid macular oedema and several macular diseases including age-related macular degeneration. Our clinical results should be soon published.**

**As stressed in this study, for the moment we consider topical medical treatment with indometacin to be superior to the other management options in full-blown postoperative CMO. On the other hand, attention is drawn to the importance of prophylaxis with this same drug, in compliance with the recommendations of many authors who consider the topical route to afford global stabilization of the blood-aqueous barrier.**

## REFERENCES

1. Alió, Jorge. Ruiz Moreno, J.M<sup>a</sup>., y Tomás, Santiago. Edema macular quístico post-quirúrgico. Inflammaciones oculares. 71 Ponencia Oficial de la Sociedad Española de Oftalmología. EDIKA. MED. 1995; 435-447. Barcelona.
2. Ambache, N. Kavanagh, L., and Whiting, J. Effect of mechanical stimulations on rabbits eyes release of active substances in anterior chamber perfusates. J. Physiol. 1965; 176: 378-408.
3. Barraquer, J. Troutman, Richard C. Rutllán, J., y Binkhorst, Richard D. Cirugía del segmento anterior del ojo. Instituto Barraquer. 1964; Vol 1. 414-416. Barcelona.
4. Bernstrom, K., and Hammarstrom, S. A novel leukotriene formed by transpeptidation of LTE. Biochem. Biophys. Res. Commun. 1982; 109: 800-804.
5. Berrocal, J. A. R. Incidence of cystoid macular oedema after different cataract operations. Mod. Probl. Ophthalm. 1977; 18: 518-520. Basel.
6. Borgeat, P. Samuelson, B. Transformation of arachidonic acid by rabbit polymorphonuclear leukocytes. Formation of a novel dihydroxy eicosanoic acid. J. Biol. Am. 1979; 254: 2643-2646.
7. Cunha-Vaz, J.G. Travessos, A. Breakdown of the blood retinal barriers and cystoid macular oedema. Surv. Ophthalm. 1984; 28 (suppl.): 485-492.
8. Chandler, P.A. Complications after cataract extraction. Clinical aspects. Trans. Amer. Acad. Ophthalm. Otolaryng. 1954; 58: 382-392.
9. Drews, R.C. The present understanding of cystoid macular oedema. Trans. Ophthalm. Soc. U.K. 1985; 104 (7): 744-747.
10. Faure, J.P. Bloch-Michel, E. Le Hoang, P., et Vadot, E. Immunopathologie de l'oeil. Société française d'ophtalmologie et Masson. 1988. Paris.
11. Flach A.J. Jampol L.M. Weinberg D., et al. Improvement in visual acuity in chronic aphakic and pseudoaphakic cystoid macular oedema after treatment with topical 0.5% ketorolac tromethamine. Am. J. Ophthalm. 1995; 92: 1102-1111.
12. García Arumí, J., y Villalonga, P. Edema macular quístico post-operatorio.

- Curso de avances en el tratamiento de las uveítis y las inflamaciones post-operatorias. Centro de Retina-Vítreo. 1994; 373-378. Barcelona.
13. Gass, J.D.M., and Norton, E.W.D. Cystoid macular oedema and papilloedema following cataract extraction. *Arch. Ophthalmol.* 1966; 76: 646-661.
  14. Gass, J.D.M., and Norton, E.W.D. Fluorescein studies of patients with macular oedema and papilloedema following cataract extraction. *Trans. Amer. Ophthalmol. Soc.* 1967; 64: 232-249.
  15. Gass, J.D.M. Anderson, D.R., and Davis, E.B. A clinical fluorescein angiographic and electron microscopic correlation of cystoid macular oedema. *Am. J. Ophthalmol.* 1985; 100: 82-86.
  16. Hawkins, W.R. Cystoid maculopathy. 108 Irvine-Gass syndrome. In *Current Concepts in cataract surgery.* J.M. Emery and D. Paton (eds.). St. Louis. C.V. Mosby Co. 1976; 300-302.
  17. Heredia García, Carlos Dante. Estudio de las inmunoglobulinas en el líquido subretiniano. *Revista d'or de oftalmologia.* 1983; 2 (1-6): 47-55. Barcelona.
  18. Heredia García, Carlos Dante. Microcirugía de algunas afecciones de fondo de ojo. Instituto de España. Real Academia de Medicina de Zaragoza. Conferencias y Comunicaciones. Curso 1989. Vol. LIV. 1990; 37-64. Zaragoza.
  19. Heredia García, Carlos Dante. Ballarín Milán, Martín. Sabater García, Ginés. Ventajas de la corticoterapia tópica en afecciones quirúrgicas vítreo-retinianas. *Revista d'or de oftalmologia.* 1993; 1 (1): 29-42. Barcelona.
  20. Hitchings, R.A. Chisholm, I.H., and Bird, A.C. Aphakic macular oedema: incidence and pathogenesis. *Invest. Ophthalmol.* 1975; 14: 68-72.
  21. Hitchings, R.A., and Chisholm, I.H. Incidence of aphakic macular oedema a prospective study. *Brit. J. Ophthalmol.* 1975; 59: 444-450.
  22. Irvine, S.R. A newly defined vitreous syndrome following cataract surgery. Interpreted according to recent concepts of the structure of the vitreous. *Amer. J. Ophthalmol.* 1953; 36: 599-619.
  23. Irvine, S.R., et al. Macular oedema after cataract extraction. *Ann. Ophthalmol.* 1971; 3: 1234-1240.
  24. Jurjo, C. Sánchez, C. Asenjo, J., y Huerba, V. Edema macular cistoide tras cirugía de catarata en pacientes con retinopatía diabética. *Annals d'oftalmologia.* 1996; 6 (3): 18-19. Barcelona.
  25. Kishi, S., and Shimizu, K. Posterior precortical vitreous pocket. *Arch. Ophthalmol.* 1990; 108: 979-982.
  26. Klein, R.M. Katzin, H.M., and Yannuzzi, L.A. The effect of indomethacin pretreatment on aphakic cystoid macular oedema. *Amer. J. Ophthalmol.* 1979; 87: 487-489.
  27. Lim, Li, and Chee, Caroline, K.L. Oral fundal fluorescein angiography in diabetic retinopathy. Comunicación oral presentada durante el XXVII Congreso Internacional de Oftalmología. Toronto. Ontario. Canadá. Junio 1994; 26-30.
  28. Meredith, T.A., et al. Perifoveal vascular leakage and macular oedema after intracapsular cataract extraction. *Brit. J. Ophthalmol.* 1976; 60: 765-769.
  29. Miyake, K., et al. Prostaglandins as a causative factor of the cystoid macular oedema after lens extraction. (IV). *Folia Ophthalmol. Jpn.* 1978; 29: 447-450.
  30. Miyake, K. Vitreous fluorophotometry in aphakic or pseudophakic eye with persistent cystoid oedema. *Jpn. J. Ophthalmol.* 1985; 29: 146-152.
  31. Oliw, W. Granstrom, E., and Anggalrd, E. The prostaglandins and essential fatty acids. In: C. Pace-Asciak and E. Granstrom: Prostaglandins and related sub-

- tances. Elsevier. 1983; 5: 1-44. Amsterdam.
32. Peterson, Michael. Yoshizumi, Marc O. Hepler, Robert. Mondino Bartly and Kreiger Allan. Topical indomethacin in the treatment of chronic cystoid macular oedema. *Graefe's Arch. Clin. Exp. Ophthalm.* 1992; 230: 401-405.
  33. Puliafito, C.A. Hee, R.H. Schuman, J.S. Fujimoto, J.G. Optical coherence tomography of ocular diseases. Slack incorporated. 1996. Thorofare. N.J.
  34. Quentel, G. Attali, Ph., et Coscas, G. Angiographie a la fluoresceine par voie orale. Interets et limites. *Bull. Soc. Ophth. France.* 1984; 5: 567-568. Paris.
  35. Quentel, G. Zerah, I. Coscas, G. Vitreous fluorophotometry studies in aphakic. *Graefe's Arch. Clin. Exp. Ophthalm.* 1985; 222: 248-249.
  36. Rodríguez Barrios, Raúl. Massera Lereña, María Julia. Fondo de ojo. Editorial Inter-Médica. S.R.L. 1959; 22-24. Buenos Aires.
  37. Roque, A. Sellarés, M.A. Maseras, M., y Duch, F. Efecto de la técnica anestésica en la cirugía de la catarata sobre la aparición del edema macular quístico del afáquico. *Arch. Soc. Esp. Oftalmol.* 1991; 61: 453-458.
  38. Sebag, J., and Balazs, E.A. Pathogenesis of cystoid macular oedema: and anatomic consideration of vitreoretinal adhesions. *Surv. Ophthalm.* 1984; 28: 493-498.
  39. Stark, Walter J. Terry, Arlo C., and Maumenee, A. Edward. Anterior segment surgery. Iols, lasers and refractive keratoplasty. Edited by Williams & Wilkins. 1987. U.S.A.
  40. Worst, J.G.F. Biotoxizität des Kammerwassers. *Klin. Monatsbl. Augenheilk.* 1975; 167: 376-384.
  41. Worst, J.G.F. The bursa intravitrealis premacularis: new developments in ophthalmology. In: *Documenta ophthalmology proceeding series.* 1976; 275-279. Nijmegen. Holanda.
  42. Yanoff, M. Fine, B.S. Brucker, A.J., and Eagle, R.C. Jr. Pathology of human cystoid macular oedema. *Surv. Ophthalm.* 1984; suppl: 505-551.

## MODELO PARA EL ESTUDIO DEL CRECIMIENTO DEL GÉNERO *ARTHRIINIUM* SOBRE UN SUBSTRATO SÓLIDO

CALVO, M.A.; AGUT, M. Y CALVO R.M.

### RESUMEN

El objetivo del presente trabajo es presentar un modelo del crecimiento de las especies del género *Arthriniium*. El uso de un programa de ordenador nos ha permitido determinar el patrón de crecimiento que siguen las cepas del género. El mapa de crecimiento de *Arthriniium* es consecuencia de los ritmos endógenos y determina la formación de zonas en forma de espiral.

Palabras clave: *Arthriniium*, modelo de crecimiento, cinética, crecimiento de las colonias, tratamiento de imágenes

### INTRODUCCIÓN

El diámetro de las colonias y la tasa de crecimiento radial son parámetros que se consideran usualmente en la ejecución de bioensayos y en las investigaciones fisiológicas de los hongos.

El estudio de los principios cualitativos y cuantitativos que rigen la formación de las colonias microbianas es de sumo interés debido a que guarda relación con el patrón predominante que conduce a la formación de las colonias microbianas en la naturaleza, al tiempo que el cultivo de los microorganismos sobre un medio sólido, es uno de los métodos básicos de uso común en un laboratorio de Microbiología.

Debido a las peculiaridades propias de la organización miceliar, la colonia fúngica se desarrolla sobre una placa de medio de cultivo, en función del crecimiento exponencial de la zona periférica y no en función de la masa total. Este proceso resulta ser el producto de dos parámetros: la tasa específica de crecimiento y la anchura de la zona de crecimiento periférica (Trinci, 1971; Caldwell y Trinci, 1993). En 1980, Panikov *et al.* aportaron resultados experimentales y modelos cinéticos de las colonias basados en estos datos. Resulta interesante observar que los cultivos que estudiaron diferían poco en su tasa de crecimiento y pudieron comprobar que la diferencia en el

crecimiento de sus colonias, al desarrollarse sobre un medio de cultivo sólido, venía determinada totalmente por el tamaño de la zona de crecimiento periférica.

Las colonias fúngicas no presentan un desarrollo estático y, por ello, en varios estudios realizados se ha intentado establecer su cinética de forma discontinua, dejándose de considerar otros factores como las variaciones que ocurren esencialmente durante el primer día de su crecimiento como p.e. modificaciones en la textura, color, cambios en las diferentes zonas de crecimiento, etc.

Hasta la fecha actual, las formas que las colonias adoptan en los ambientes naturales no han sido sistemáticamente observadas. Se ha indicado la existencia del llamado crecimiento en anillos o círculos y, en el caso de algunos basidiomicetos, se supone que la forma de la colonia también debe ser circular, con variaciones en la textura dependientes de la cepa.

La elongación de las hifas determina diferencias en la densidad del micelio que macroscópicamente se traducen por áreas con diferente coloración en función de la madurez, número de conidios o esporas asexuales formados y en la presencia o ausencia de hifas estériles.

Tradicionalmente, el diámetro de las colonias alcanzado por los hongos en un determinado medio de cultivo y en unas condiciones de incubación previamente establecidas, ha sido considerado como un criterio inicial en la identificación de las especies fúngicas.

Las tasas de crecimiento de algunas colonias fúngicas pueden ser expresadas en forma de espiral (Bourret *et al.*, 1969). Estos autores, bajo unas condiciones concretas de cultivo, observaron que diferentes cepas fúngicas formaban anillos concéntricos de conidios que demostraban el fenómeno de zonación. La zonación se producía con una periodicidad constante al mantener estables las condiciones ambientales.

Las colonias de varias especies de hongos filamentosos han sido descritas en base al desarrollo que muestran sobre agar de Sabouraud dextrosa o sobre agar extracto de maltas al 2%, tras 7 a 14 días de incubación cuando son mantenidas a 28°C. La forma clásica de medir las colonias es mediante el uso de un regla que permita registrar el diámetro alcanzado, que normalmente se expresa en milímetros. Otro sistema que puede utilizarse para el estudio de las colonias fúngicas y de cómo se desarrollan es el tratamiento de imágenes a tiempo real.

El principal objetivo del presente trabajo es el seguimiento del crecimiento de colonias fúngicas a través del análisis de imagen a tiempo real con el fin de establecer patrones de crecimiento de los hongos en estudio.

La ejecución de este sistema de tratamiento de imágenes fue elegido para poder estudiar el crecimiento de las colonias de una forma objetiva, haciendo posible determinar si la zonación es constante entre las cepas de una misma especie y diferente de las cepas que actualmente se encuentran incluidas bajo otra especie.

## MATERIALES Y MÉTODOS

Las cepas en estudio pertenecen al género *Arthriniium* y se hallan depositadas en la colección de cultivos de la Facultad de Veterinaria de la Universitat Autònoma de Barcelona. Las cepas fueron aisladas a partir de diferentes substratos: suelos, aire y alimentos.

Con el fin de obtener cultivos homogéneos, se prepararon suspensiones de conidios de cada una de las cepas. Previamente, las cepas fueron inoculadas sobre agar extracto de malta al 2%. Las placas fueron incubadas durante 14 días a 28°C. Tras la incubación, y tras confirmar la identidad de las colonias, se recogieron los conidios con ayuda de bolas de vidrio estéril de 3 mm de diámetro suspendidas en solución salina estéril (NaCl 0,85%). Las suspensiones de conidios obtenidas fueron filtradas a través de gasa estéril hasta lograr eliminar cualquier resto de micelio. Las suspensiones de conidios fueron ajustadas a  $10^8$  u.f.c./mL.

Mediante el uso de asas calibradas, se depósito un inóculo de la suspensión de conidios en el centro de una placa de petri que contenía agar extracto de malta al 2%. Las placas se incubaron a 28 °C. A partir de las 72 horas de incubación y hasta que las colonias alcanzaron los 7 días de edad, éstas fueron analizadas diariamente con el fin de observar y cuantificar el crecimiento de las colonias y poder establecer si existían zonas diferenciadas en las mismas en función del tiempo de incubación.

El elemento principal que conforma el sistema de imagen utilizado es un VINIX, UNIX versión de VICOM/PDF. VINIX está conectado al ETHERNET del Centro de Cálculo de la Universitat Autònoma de Barcelona y a través de éste al MICROVAX II COMPUTER. Entre los periféricos del VINIX se encuentra una cámara de alta resolución HAMAMATSU C2400-01. Conectado a la cámara, se utilizó un microscopio Zeiss.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos pueden observarse en las figuras 1 a la 8. El análisis de los resultados permite establecer un patrón típico del crecimiento de las cepas de *Arthriniium* estudiadas, no pudiéndose establecer diferencias entre las dos especies investigadas.

La fig. 1 presenta el crecimiento de un inóculo tras tres días de incubación. La fig. 2 muestra el desarrollo de la zona más externa de la misma cepa. La fig. 3 corresponde a los resultados obtenidos en el estudio de la evolución del inóculo de la zona media de la colonia al final del estudio.

En las fig. 4 a la 8 se presentan los patrones obtenidos tras analizar otras cepas del género.

El software utilizado ha hecho posible obtener un informe completo de los cambios sucedidos para cada placa, que incluye los detalles completos del proceso de desarrollo.



FIGURA 1. *Arthriniium aureum*. *Incremento del diámetro del inóculo a partir del tercer día de incubación.*

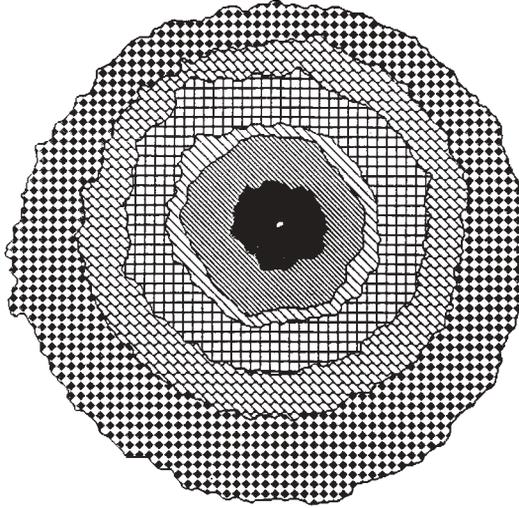


FIGURA 2. *Arthriniium aureum*. *Desarrollo de la zona más externa de la colonia.*

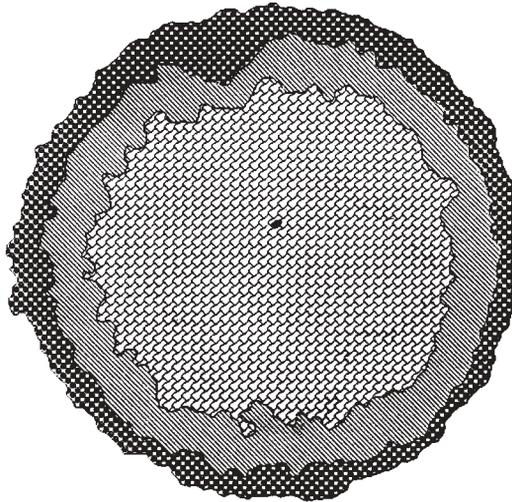


FIGURA 3. *Arthriniium aureum*. *Desarrollo máximo del inóculo. Se representa la evolución de la zona media al final del estudio.*

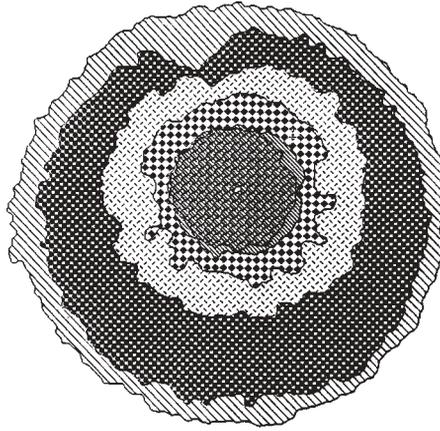


FIGURA 4. *Desarrollo de Arthrimum aureum después de siete días de su inoculación.*

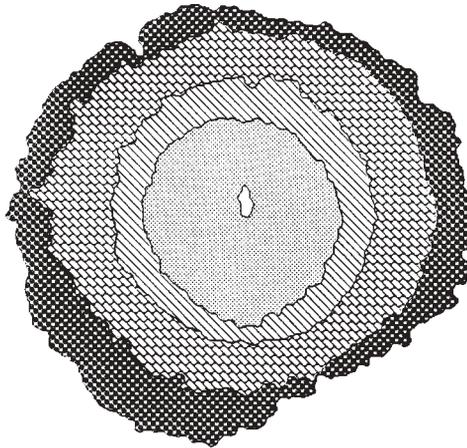


FIGURA 5. *Desarrollo de Arthrimum phaeospermum después de siete días de su inoculación.*

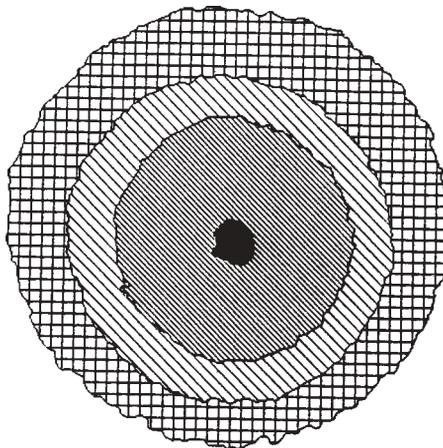


FIGURA 6. *Desarrollo de Arthrimum marii después de siete días de su inoculación.*

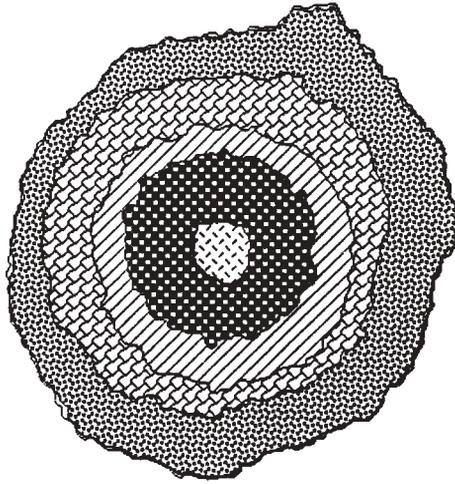


FIGURA 7. *Desarrollo de Arthrimum serenensis después de siete días de su inoculación.*

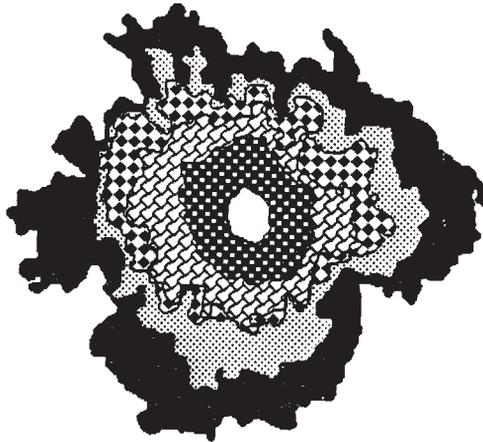


FIGURA 8. *Desarrollo de Arthrimum urticae después de siete días de su inoculación.*

Al analizar los resultados obtenidos con el sistema de tratamiento de imágenes a tiempo real, podemos concluir que se forman tres zonas de crecimiento claramente definidas durante el desarrollo de las cepas en estudio. La zona media de las colonias se sitúa en un valor de diámetro que corresponde al margen externo de la colonia formado en las primeras 24 horas de incubación y, del mismo modo y de forma sucesiva se alcanza el máximo tamaño de la colonia.

Todas las cepas investigadas en nuestro trabajo después de 14 días de incubación sobre agar extracto de malta al 2% alcanzaron el máximo diámetro que permitieron las cápsulas de Petri utilizadas, es decir, 90 mm.

Los resultados obtenidos son coherentes con los obtenidos en un estudio similar para *Nectria cinnabarina* en la que se constató que el 40% del cultivo presentaba un

patrón de zonación que podría ser prácticamente debido a la superposición e anillos concéntricos. Tal y como ya describieron Bourret *et al.* en 1969, la zonación obtenida en forma de espiral corresponde a una espiral de Arquímedes. Tras este estudio, se demuestra que este tipo de patrón de zonación coincide con el que presentan cepas pertenecientes a otros géneros como por ejemplo en cepas del género *Penicillium*.

## BIBLIOGRAFÍA

- Bourret, J.A.; R.G. Lincoln y B.H. Carpenter. 1969. Fungal endogenous rhythms expressed by spiral figures. *Science* 166: 763-764.
- Caldwell, I.Y. y A.P.J. Trinci. 1973. The growth unit of the mould *Geotrichum candidum*. *Archiv. Mikrobiol.* 88: 1-10.
- Panikov, N.S.; V.D. Afremova y I.V. Aseeva. 1980. Kinetics of growth of colonies of the fungi. *Microbiologiya* 50: 55-61.
- Trinci, A.P.J. 1971. Influence of the width of the peripheral growth on the radial growth rate of fungal colonies on solid media. *J. Gen. Microbiol.* 67: 325-344.
- Trinci, A.P.J. 1974. A study of the kinetics of hyphal extension and branch initiation of fungal mycelia. *J. Gen. Microbiol.* 81: 225-236.



## UNA REVISIÓN DE LAS VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS TRUNCADAS EN LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

FCO. JAVIER DÍAZ-LLANOS Y SAINZ-CALLEJA,  
JUAN IGNACIO DOMÍNGUEZ MARTÍNEZ  
y CARMEN CERMEÑO CARRASCO

**Resumen:** El objetivo de este artículo es doble. Por un lado, presentar, no sólo el desarrollo para encontrar esperanzas matemáticas y varianzas de variables aleatorias continuas truncadas que apenas se contemplan en la bibliografía consultada sino también, mostrar un conjunto representativo de variables aleatorias truncadas donde, en algunas de ellas, sí se contemplan —aunque de diferente manera—. En segundo lugar, aplicar los resultados obtenidos, a problemas prácticos asociados —preferentemente— al **control estadístico de la calidad**.

### BREVE CONSIDERACIÓN SOBRE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL (LEY NORMAL)

Sería muy conveniente recordar que la Distribución Normal (Ley Normal) tan sólo aparece como Ley de Laplace-Gauss en algunos libros de texto y de ejercicios escritos en francés.

Tal circunstancia no nos parece en modo alguna oportuna, ya que basta que el lector se documente un poco para darse cuenta de que, en su origen, la Distribución Normal (Ley Normal), está basada en los trabajos practicados por Jacques Bernoulli (1654-1705); y además, la Ley Normal fue introducida por Carl Friedrich Gauss (1777-1855) para justificar el método de mínimos cuadrados que Ledonhard Euler (1707-1783) había introducido en el siglo XVIII (*Inégalité du mouvement de Saturne et de Júpiter*, Prix de l'Académie Royale des Sciences, Paris, 1747).

Sin duda, el Marqués de Laplace fue el primero en evaluar explícitamente la integral de Euler, en 1774. Por tanto, resulta que lo correcto es denominarla Ley de Laplace-Gauss y no de otra forma.

No obstante, una vez fallecidos Gauss y Laplace, Karl Pearson aprovechó tal ocasión para despersonalizar indebidamente la Ley de Laplace-Gauss en 1893, llamándola Distribución Normal.

A partir de entonces, se impulsó tal denominación por la prepotencia del mundo anglosajón en los ámbitos científicos y políticos.

Pese a todo, seis años más tarde el físico francés, Kramp, fue quien elaboró las primeras Tablas de la Distribución Normal.

En definitiva, en los manuales y en los artículos escritos en inglés aparece como Distribución Normal, mientras que los autores franceses continúan llamándola Ley Normal y tan sólo una minoría de éstos ha optado por denominarla Ley de Laplace-Gauss, que a nuestro juicio es la denominación más idónea y que hace justicia a los dos matemáticos, físicos y astrónomos que intervinieron más en su elaboración.

## BREVES CONSIDERACIONES SOBRE LA NOMENCLATURA UTILIZADA EN ESTE ARTÍCULO

A nuestro entender, algunos de los matemáticos más relevantes de Francia y de EE.UU. (entre los que se encuentran Philippe Tassi, Director de Médiametrie y profesor de ENSPM y ENSAE; y Edward J. Dudewicz y Satya N. Mishra, profesores de las Universidades de Syracuse y de South Alabama, respectivamente) utilizan la **función indicadora** para expresar la función de densidad de las variables aleatorias reales continuas.

Esta forma de expresión nos parece más simplificada que la tradicional, pues en lugar de poner:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in [a,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$$

donde a y b son dos números reales,  $a < b$

aconsejamos poner:

$$f_x(x) = \frac{1}{b-a} I_{[a,b]}(x)$$

(según Philippe Tassi)

o bien,

en donde

designa la **función indicadora** en el soporte  $[a,b]$  tal que:

$$I_{[a,b]}(x) = 1 \text{ si } x \in [a,b] \text{ y } I_{[a,b]}(x) = 0 \text{ si } x \notin [a,b]$$

Otra notación que introducimos en este artículo es la siguiente:

Por otra parte, en los libros y artículos de Estadística escritos en inglés no suele emplearse esta notación:

$$X \mapsto W(0, \theta, I)$$

Esto significa que la variable aleatoria  $X$  sigue la Ley de Weibull de parámetros:

Una variable aleatoria que sigue la Ley de Weibull se llama variable de Weibull. A título de referencia esta notación se contempla en (5,6).

Y, finalmente, el lector podrá constatar que en lugar de adoptar la denominación **Modelo utilizamos la de Ley**, ya que nos parece más correcta. Al igual que resulta más idóneo decir **Teorema del Límite Central** que **Teorema Central del Límite**. Esta breve reflexión puede contemplarse en (1).  
 $R_+^*$ : conjunto de los números reales positivos excluido el 0.

## INTRODUCCIÓN

En primer lugar, vamos a definir de una manera general el concepto de truncamiento y los tres casos posibles que hemos considerado a lo largo del artículo.

De una manera general, si  $X$  es una v.a. continua con densidad  $f$  y función de distribución  $F$  en el soporte  $R$ , entonces la ley de probabilidad de la v.a.

$$Y = \{ X \mid X \in T \} \text{ con soporte } T \subset R$$

, se llama distribución truncada. Además la cantidad de «masa» de modelo original con el que se va a trabajar en el nuevo modelo truncado,

, se llama grado de truncamiento. Los truncamientos más interesantes desde el punto de vista práctico son:

$$Y_1 = \{ X | X \leq k \}, Y_2 = \{ X | X > k \}$$

$$eY_3 = \{ X | k_1 < X \leq k_2 \}$$

cuyos grados de truncamiento son, respectivamente,

$$F(k), R(k) = 1 - F(k) \text{ y } F(k_2) - F(k_1) = R(k_1) - R(k_2)$$

, donde  $R(x) = 1 - F(x)$  es la función de fiabilidad (o supervivencia)

Las medias y varianzas asociadas a estas v.a. truncadas se denominan, respectivamente, submedias y subvarianzas.

El análisis de los truncamientos unilaterales  $Y_1$  y  $Y_2$  son de especial interés ya que es posible calcular las características de uno de ellos conociendo el del otro truncamiento. Las esperanzas matemáticas asociadas, que serán función de  $k$  (punto de truncamiento), son

$$E(Y_1) = E(X | X \leq k) = \frac{1}{F(k)} \int_{-\infty}^k x f(x) dx$$

$$E(Y_2) = E(X | X > k) = \frac{1}{R(k)} \int_k^{\infty} x f(x) dx$$

Despejando y sumando, obtenemos que

$$E(X) = \int_{-\infty}^k x f(x) dx + \int_k^{\infty} x f(x) dx =$$

$$= F(k) E(X | X \leq k) + R(k) E(X | X > k)$$

lo que significa que cualquiera que sea el punto de truncamiento  $k$ , la esperanza de la variable original se puede expresar como una mixtura y por tanto, conocida una de las esperanzas, por ejemplo

$$E(X | X \leq k)$$

, la otra se obtiene simplemente por

$$E(X | X > k) = \frac{E(X) - F(k) E(X | X \leq k)}{R(k)}$$

o

$$E(Y_2) = \frac{E(X) - F(k) E(Y_1)}{R(k)}$$

Para los truncamientos bilaterales y las varianzas se razona de igual modo.

En segundo lugar, nos concentraremos —«a posteriori»— en la evaluación de la necesidad del truncamiento, no sólo desde el punto de vista teórico sino sobre todo práctico, de las variables aleatorias continuas.

Es evidente, que cualquier fenómeno que observemos no se verifica en todo el soporte de definición de la variable aleatoria que lo represente y, por tanto, se hace imprescindible la práctica del truncamiento de la variable a la izquierda, a la derecha o a la izquierda y a la derecha.

El truncamiento es aconsejable no sólo en estos casos, sino también cuando, al menos, las esperanzas matemáticas de las variables aleatorias no están definidas en todo su soporte de definición.

Además, en ciertas situaciones, es necesario proceder al truncamiento de las variables aleatorias para poder estudiar ciertos problemas límites de la probabilidad. Por consiguiente, es conveniente proceder al truncamiento de las variables aleatorias con el fin de que los resultados que obtengamos se aproximen lo máximo posible al proceso que deseamos controlar.

En concreto, entre las posibles variables aleatorias que no poseen esperanza matemática en todo su soporte de definición tan sólo haremos mención a una de ellas. Nos referimos a la distribución de Cauchy. Esta distribución presenta la particularidad de que tiene ciertas similitudes con la de Laplace-Gauss, en el sentido que se verifican entre ellas la siguiente relación:

$$[1 - F_{C(0,1)}(z)] \geq [1 - F_{LG(0,1)}(z)] \quad \text{para } z \geq 1$$

Esta relación —con otra nomenclatura— se encuentra explicada de forma didáctica en (2,4 y 8).

Hacemos alusión a esta variable, no sólo por la similitud con la variable de Laplace-Gauss sino también, por el hecho de que Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) junto con Carl Friedrich Gauss (1777-1855) están considerados como los mejores matemáticos de su época.

Finalmente, hemos de recordar que, para resolver ciertos problemas de naturaleza geométrica tenemos que hacer uso de la variable de Cauchy. Estos problemas se encuentran en (2 y 4)

Entre la multitud de libros y apuntes de cátedra que —sin duda— se han escrito durante un período dilatado de tiempo sobre el cálculo de la esperanza matemática y varianza de las variables aleatorias truncadas y su aplicación en las ciencias experimentales, nosotros, tan sólo hemos considerado un período de tiempo truncado a la izquierda y a la derecha que va desde el año 1964 al 2001, ambos inclusive. En éste período de tiempo, hemos consultado un número —a nuestro juicio— representativo de 10 libros de texto y dos apuntes de cátedra que tratan algún punto del problema del truncamiento de variables aleatorias.

Al final del artículo, aparecen referenciados en orden cronológico no sólo los libros de cálculo de probabilidades que hemos utilizado, sino también los libros de

texto y apuntes de cátedra en los cuales se hace referencia a las variables aleatorias truncadas.

## PRESENTACIÓN DEL SUBCONJUNTO DE VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS QUE VAMOS A SOMETER AL PROCESO DE TRUNCAMIENTO

En este artículo, hemos seleccionado para someterlas al proceso de truncamiento un subconjunto de variables aleatorias continuas que tienes interés no sólo en los **desarrollos teóricos**, sino también, en la **aplicación práctica** del cálculo de probabilidades; en concreto al control estadístico de la calidad y a la fiabilidad de sistemas.

Entre las **Leyes de probabilidad seleccionadas: Cauchy, Laplace-Gauss (Normal), log-Laplace-Gauss (log-Normal), log-Laplace-Gauss generalizada (log-Normal generalizada), Weibull** y finalmente un caso particular de la de **Weibull: Rayleigh**, sólo la de **Cauchy** tiene interés teórico.

Antes de proceder al cálculo de la esperanza matemática y de la varianza de las variables aleatorias truncadas, vamos a presentarlas brevemente en todo su campo de definición y a exponer sus esperanzas matemáticas y varianzas, omitiendo su demostración ya que, se encuentra en cualquier curso de cálculo de probabilidades.

### I. DISTRIBUCIÓN DE CAUCHY

La introducimos de dos formas

i) La variable aleatoria  $S$  sigue una Ley de Cauchy:

si  $S = \operatorname{tg} X$  en donde  $X$  es una variable aleatoria real rectangular definida en el soporte

ii) Sean  $X$  e  $Y$  dos variables aleatorias independientes que siguen la ley de Laplace-Gauss de parámetros  $0$  y  $1$ .

$$X \mapsto LG(0,1) \quad Y \mapsto LG(0,1)$$

Entonces

sigue la Ley de Cauchy

$$S \mapsto C(0, 1)$$

A partir de un sencillo cambio de variable, la función de densidad de S es:

Mediante una transformación lineal obtenemos la distribución generalizada

$$V = \theta + \lambda S \quad (\theta \in \mathbb{R}, \lambda \in \mathbb{R}_+^*)$$

$$V \mapsto C(\theta, \lambda)$$

### Cálculo de los momentos ordinarios ( $k \geq 1$ )

Cálculo de los momentos, respecto al origen de orden k

$$E_k(V) = \int_{-\infty}^{\infty} v^k f_V(v) dv = \int_{-\infty}^{\infty} v^k \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + \frac{(v-\theta)^2}{\lambda^2}} dv$$

Observamos que las integrales que hay que resolver son indefinidas. Por consiguiente, la variable de Cauchy carece de esperanza matemática y de varianza.

## II. DISTRIBUCIÓN DE LAPLACE-GAUSS (LEY NORMAL)

Decimos que X sigue una ley Normal de parámetros,

$$\mu \text{ y } \sigma (\mu \in \mathbb{R}, \sigma \in \mathbb{R}_+^*)$$

si X es una variable aleatoria real absolutamente continua cuya función de densidad es:

$$f_X(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} I_{\mathbb{R}}(x)$$

La transformación lineal (tipificación)

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

nos conduce, de forma elemental, a la función de densidad de la variable Y

Los momentos ordinarios generales, no son triviales de obtener, pero la media y la varianza, son conocidos y coinciden con los parámetros de la distribución.

$$E(X) = \mu \quad V(X) = \sigma^2$$

### III. DISTRIBUCIÓN LOG-LAPLACE-GAUSS (LEY LOG-NORMAL)

La variable aleatoria L sigue la Ley log-Normal si

en donde X es una variable Normal de parámetros

Mediante un simple cálculo se puede deducir su función de densidad siendo ésta la que mostramos a continuación:

#### Cálculo de los momentos respecto al origen de orden k.

Calculamos los momentos, respecto al origen de orden k, mediante la siguiente manera,

$$E(L^k) = \int_0^{+\infty} l^k f_L(l; \mu, \sigma) dl$$

que para  $k=1$  y  $k=2$  obtenemos

$$E(L) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad V(L) = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$$

Es fácil probar que

$$E(L^k) = e^{k\mu + \frac{k^2\sigma^2}{2}} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

#### IV. DISTRIBUCIÓN LOG-LAPLACE-GAUSS GENERALIZADA (LEY LOG-NORMAL GENERALIZADA)

La variable aleatoria  $G$  sigue la ley **log-Normal generalizada** si

$$G = e^X + g_o = L + g_o$$

en donde  $X$  es una variable Normal de parámetros

Esta variable corresponde a una translación de la Ley convencional.

En consecuencia su densidad es:

*Como  $G$  es una translación de  $L$ , entonces su media queda trasladada y su varianza permanece invariante; por tanto :*

$$E(G) = E(L) + g_o \text{ y } V(G) = V(L)$$

#### $\mu$ y $\sigma$ V. DISTRIBUCIÓN DE WEIBULL GENERALIZADA

$f_G(g; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(g-g_o)^2}{2\sigma^2}}$   
 Decimos que la variable aleatoria  $X$  sigue la Ley Weibull generalizada a tres parámetros

$$\gamma, \theta, \delta \quad (\gamma \in R; \theta, \delta \in R_+^*)$$

si  $X$  es una variable aleatoria real absolutamente continua cuya función de densidad es:

$$f_x(x; \gamma, \theta, \delta) = \frac{\delta}{\theta} \frac{x-\gamma}{\theta}^{\delta-1} e^{-\frac{x-\gamma}{\theta}^\delta} I_{[\gamma, +\infty[}(x)$$

Una adecuada integración por partes nos conduce a que la media y la varianza son:

$$E(X^k) = \int_{\gamma}^{+\infty} x^k \frac{\delta}{\theta} \frac{x-\gamma}{\theta}^{\delta-1} e^{-\frac{x-\gamma}{\theta}^\delta} dx$$

$$E(X) = \theta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right) + \gamma$$

$$V(X) = \theta^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\delta}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right)^2$$

### Casos particulares de la variable de Weibull a tres parámetros

## VI. VARIABLE DE RAYLEIGH

Definición:

Sean X e Y dos variables aleatorias independientes que siguen la Ley de Laplace-Gauss (Normal),

$$X \rightarrow LG\left(0, \frac{\theta}{\sqrt{2}}\right) \quad e \quad Y \rightarrow LG\left(0, \frac{\theta}{\sqrt{2}}\right) \quad (\theta \in \mathbb{R}_+^*)$$

A partir de estas dos variables aleatorias construimos una nueva variable de la siguiente manera,

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

(que puede interpretarse como la «**distancia**» entre dos puntos del plano)

La variable así definida recibe el nombre de variable de Rayleigh.

### **Función de densidad de la variable aleatoria R.**

Haciendo uso de la función de densidad de la variable aleatoria Ji-cuadrado de Helmholtz (1875) se deduce, de forma inmediata, la función de densidad de la variable aleatoria de Rayleigh de la siguiente manera,

$$\begin{aligned}
 F_R(r) &= P(R \leq r) = P\left(\sqrt{X^2 + Y^2} \leq r\right) = P\left(X^2 + Y^2 \leq r^2\right) = \\
 &= P\left(\frac{X}{\frac{\theta}{\sqrt{2}}} + \frac{Y}{\frac{\theta}{\sqrt{2}}} \leq r^2\right) = P\left(\frac{\theta^2}{2} \chi_2^2 \leq r^2\right) = \\
 &= P\left(\chi_2^2 \leq \frac{2r^2}{\theta^2}\right) = F_{\chi_2^2} \frac{2r^2}{\theta^2}
 \end{aligned}$$

Por tanto,

$$F_R(r) = F_{\chi_2^2} \frac{2r^2}{\theta^2}$$

Haciendo en primer lugar, una simple derivación y, en segundo lugar una sustitución de valores se concluye que, la función de densidad de la variable aleatoria R es:

Es fácil observar que:

$$f_R(r; \theta) = \frac{2}{\theta^2} r e^{-\frac{r^2}{\theta^2}} I_{(0, +\infty)}(r)$$

a) La variable aleatoria  $S = R^2$  sigue la ley de Weibull

$$S \mapsto W(0, \theta^2, 1), (\theta \in \mathbb{R}_+^*)$$

b) La variable de Rayleigh es un caso particular de la ley de Weibull a tres parámetros, en donde:

$$\gamma = 0 \text{ y } \delta = 2.$$

## VII. CALCULO DE LA ESPERANZA MATEMÁTICA Y DE LA VARIANZA DE VARIABLES ALEATORIAS TRUNCADAS

Para el cálculo de las esperanzas matemáticas y varianzas de las variables aleatorias truncadas, utilizamos la fórmula general de los momentos respecto al origen de orden  $k(k \geq 1)$ .

Dado que, las integrales que hay que resolver para la deducción de la esperanza matemática y varianza de las variables aleatorias truncadas, no presenta ninguna dificultad —puesto que, los cambios de variables a realizar son los tradicionales— omitimos sus resoluciones dando sólo los resultados finales salvo para la distribución de Rayleigh cuyos cambios no son tan conocidos.

**VII.1. Truncamiento de la distribución de Cauchy (Ley de Cauchy)**

Entre las variables que ya hemos mencionado, la única que tiene interés teórico es la de **Cauchy**.

Esta variable aleatoria —como ya hemos mencionado— no tiene esperanza matemática ni varianza, si está definida en todo su soporte de definición. Por consiguiente, es imprescindible proceder al truncamiento a la izquierda y a la derecha para que esta variable tenga esperanza matemática y varianza. El resultado de la esperanza matemática y de la varianza, cuando el truncamiento es simétrico respecto al origen, se contempla en (19).

Adaptando la fórmula general de los momentos, respecto al origen de orden  $k \geq 1$  a la variable aleatoria  $V$  truncada a la izquierda y a la derecha, obtenemos el siguiente resultado,

$$E(V^k | v_l \leq V \leq v_d) = \int_{v_l}^{v_d} v^k \frac{1}{\text{Arc tg } \frac{v_d - \theta}{\lambda} - \text{Arc tg } \frac{v_l - \theta}{\lambda} + \frac{v - \theta}{\lambda}^2} dv$$

**Cálculo del momento respecto al origen de orden 1 y del momento central de orden 2.**

**Cálculo del momento respecto al origen de orden 1.**

La esperanza matemática de la variable  $V$  truncada a la izquierda y a la derecha presenta la siguiente forma,

$$E(V | v_l \leq V \leq v_d) = \theta + \lambda \frac{\log_e(v_l, v_d)}{\text{Arc tg}(v_l, v_d)}$$

donde:

es el grado de truncamiento.

La varianza la calculamos a partir de los momentos respecto al origen de orden 1 y de orden 2.

Actuando de la misma manera que con la esperanza matemática, obtenemos el siguiente resultado:

**Observaciones que se desprenden de las formulas obtenidas**

Si la variable aleatoria V sigue una ley de **Cauchy**

$$V \mapsto C(0,1)$$

y además se verifica que:

llegamos a los siguientes resultados:

*Nota: los resultados bajo esta denominación están registrados sin demostración en (20).*

$$E\left(\frac{Y^2}{V^2} \mid Y \leq \frac{v_1 x_1 - \mu}{\sigma} \leq \frac{v_1 x_2 - \mu}{\sigma}\right) = \frac{E(Y^2 | Y \leq \frac{v_1 x_2 - \mu}{\sigma})}{E(V^2 | V \leq \frac{v_1 x_2 - \mu}{\sigma})} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\frac{v_1 x_2 - \mu}{\sigma}} y^2 e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy}{\frac{1}{\sigma} \int_{-\infty}^{\frac{v_1 x_2 - \mu}{\sigma}} \frac{1}{1+y^2} dy} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left[ -\frac{y}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt \right]_{-\infty}^{\frac{v_1 x_2 - \mu}{\sigma}}}{\frac{1}{\sigma} \left[ \text{Arc tg} \left( \frac{v_1 x_2 - \mu}{\sigma} \right) - \text{Arc tg} \left( -\infty \right) \right]}$$

**VII.2. Variables aleatorias continuas de interés práctico**

Entre las variables aleatorias continuas de interés práctico, consideraremos las más representativas en el **control estadístico de la calidad**. Todas estas variables, como ya hemos mencionado, poseen esperanza matemática y varianza.

VII.2.1. *Laplace-Gauss(Normal) truncada a la izquierda en  $x_1$ :*

$$\{ X | X \geq x_1 \}$$

Adaptando la fórmula general de los momentos, respecto al origen de la variable aleatoria X truncada a la izquierda en  $x_1$ , obtenemos el siguiente resultado,

La esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda en  $x_l$  presenta la siguiente forma, para  $k=1$

$$E(X|X \geq x_l) = \mu + \sigma^2 f_x^*(x, x_l; \mu, \sigma)$$

donde:

$$f_x^*(x, x_l; \mu, \sigma) = \frac{f_x(x, x_l; \mu, \sigma)}{1 - F_{LG(0,1)}\left(\frac{x_l - \mu}{\sigma}\right)} \quad (x \geq x_l)$$

donde el denominador es el grado de truncamiento

La varianza la calculamos a partir de los momentos respecto al origen de orden 1 y orden 2.

Actuando de la misma manera que con la esperanza matemática, obtenemos el siguiente resultado:

### VII.2.2. *Laplace-Gauss (Normal) truncada a la derecha en $x_D$*

Trabajando de igual modo que en el otro truncamiento:

En consecuencia:

La esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la derecha presenta la siguiente forma,

$$E(X|X \leq x_D) = \mu - \sigma^2 f_x^*(x, x_D; \mu, \sigma)$$

donde:

$$f_x^*(x, x_D; \mu, \sigma) = \frac{f_x(x, x_D; \mu, \sigma)}{F_{LG(0,1)}\left(\frac{x_D - \mu}{\sigma}\right)} \quad (x \leq x_D) \text{ y}$$

Actuando de la misma manera que con la esperanza matemática, obtenemos el siguiente resultado:

VII.2.3. *Laplace-Gauss(Normal) truncada a la izquierda y a la derecha en  $x_l$  y  $x_D$ , respectivamente*

Para el truncamiento bilateral, tenemos que para  $k > 1$ :

de modo que, la esperanza matemática de la variable aleatoria X truncada a la izquierda y a la derecha presenta la siguiente forma,

$$E(X | x_l \leq X \leq x_D) = \frac{\int_{x_l}^{x_D} x f_X(x; \mu, \sigma) dx}{F_{LG(0,1)}\left(\frac{x_D - \mu}{\sigma}\right) - F_{LG(0,1)}\left(\frac{x_l - \mu}{\sigma}\right)}$$

donde:

$$f_X^*(x, x_l, x_D; \mu, \sigma) = \frac{f_X(x, x_l; \mu, \sigma) - f_X(x, x_D; \mu, \sigma)}{F_{LG(0,1)}\left(\frac{x_D - \mu}{\sigma}\right) - F_{LG(0,1)}\left(\frac{x_l - \mu}{\sigma}\right)} \quad (x_l \leq x \leq x_D)$$

La varianza la calculamos a partir de los momentos respecto al origen de orden 1 y de orden 2.

Actuando de la misma manera que con la esperanza matemática, obtenemos el siguiente resultado:

donde:

### VII.3. Variable aleatoria: log-Laplace-Gauss(log-Normal) truncada

Tan sólo vamos a calcular la esperanza matemática y la varianza de la variable aleatoria L truncada a la derecha en ID.

#### VII.3.1. *log-Laplace-Gauss truncada a la derecha en $l_D$*

Adaptando la fórmula general de los momentos, respecto al origen de orden  $k(k \geq 1)$  a la variable aleatoria L truncada a la derecha, obtenemos el siguiente resultado,

**Cálculo del momento respecto al origen de orden 1 y del momento central de orden 2.**

#### **Cálculo del momento respecto al origen de orden 1**

La esperanza matemática de la variable aleatoria L truncada a la derecha presenta la siguiente forma,

$$E(L|L \leq l_D) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \frac{F_{LG(0,1)}(d - \sigma)}{F_{LG(0,1)}(d)}$$

donde,

Para la varianza actuando de la misma manera que en los casos anteriores

$$V(L|L \leq l_D) = \frac{e^{2\mu + \sigma^2}}{F_{LG(0,1)}(d)} e^{\sigma^2} F_{LG(0,1)}(d - 2\sigma) - \frac{[F_{LG(0,1)}(d - \sigma)]^2}{F_{LG(0,1)}(d)}$$

**VII.4. Variable aleatoria: log-Laplace-Gauss (log-Normal) generalizada**

Tan sólo vamos a calcular la esperanza matemática y la varianza de la variable aleatoria G truncada a la derecha en  $g_D$ .

VII.4.1. *log-Laplace-Gauss generalizada(log-Normal generalizada) truncada a la derecha en  $g_D$*

Adaptando la fórmula general de los momentos, respecto al origen de orden  $k(k \geq 1)$  a la variable aleatoria G truncada a la derecha, obtenemos el siguiente resultado,

$$E(G^k | G \leq g_D) = \int_{g_o}^{g_D} g^k \frac{e^{-\frac{1}{2} \frac{\log_e(g-g_o)-\mu}{\sigma}^2}}{F_{LG(0,1)} \frac{\log_e(g_D-g_o)-\mu}{\sigma} \sqrt{2\pi} \sigma (g-g_o)} dg$$

**Cálculo del momento respecto al origen de orden 1 y del momento central de orden 2.**

La esperanza matemática de la variable aleatoria G truncada a la derecha en  $g_D$  presenta la siguiente forma,

$$E(G | G \leq g_D) = \frac{\int_{g_o}^{g_D} g e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} (F_{LG(0,1)}(t - \sigma) - 1) dt}{\int_{g_o}^{g_D} e^{2(\mu + \sigma^2)} \frac{F_{LG(0,1)}(\frac{\log_e(t-g_o)-\mu}{\sigma}) - \frac{e^{-\sigma^2}}{2\sigma}}{F_{LG(0,1)}(t)} dt}$$

donde:

$$t = \frac{\log_e(g_D - g_o) - \mu}{\sigma}$$

La varianza la calculamos a partir de los momentos respecto al origen de orden 1 y de orden 2.

$$V(G | G \leq g_D) = E(G^2 | G \leq g_D) - E(G | G \leq g_D)^2$$

con lo que,

## VII.5. Variable aleatoria: Weibull con un parámetro

### VII.5.1. Weibull con un parámetro truncada a la izquierda en $x_l$

Dado que, se contempla de forma rigurosa en (19), la demostración de la esperanza matemática y varianza de la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda en  $x_l$ , nos limitaremos a exponer dichos resultados:

Esto es así, ya que el truncamiento es en este caso, es una traslación de la variable aleatoria.

### VII.5.2. Weibull con un parámetro truncada a la derecha en $x_D$

$$\{X | X \leq x_D\}$$

Adaptando la fórmula general de los momentos, respecto al origen de orden  $k(k \geq 1)$  a la variable aleatoria  $X$  truncada a la derecha en  $x_D$ , obtenemos los siguientes resultados,

Para  $k=1$ , la esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la derecha en  $x_D$  presenta la siguiente forma,

$$E(X | X \leq x_D) = \theta - \frac{x_D e^{-\frac{x_D}{\theta}}}{1 - e^{-\frac{x_D}{\theta}}}$$

y la varianza

VII.5.3. Weibull con un parámetro truncada a la izquierda y a la derecha en  $x_l$  y  $x_D$ , respectivamente

Adaptando la fórmula general de los momentos, respecto al origen de orden  $k(k \geq 1)$  a la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda y a la derecha, obtenemos el siguiente resultado,

La esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda y a la derecha presenta la siguiente forma (para  $k=1$ )

$$E(X | x_l \leq X \leq x_D) = \frac{x_l e^{-\frac{x_l}{\theta}} - x_D e^{-\frac{x_D}{\theta}}}{e^{-\frac{x_l}{\theta}} - e^{-\frac{x_D}{\theta}}} + \theta$$

mientras que la varianza la calculamos a partir de los momentos respecto al origen de orden 1 y de orden 2.

$$V(X | x_l \leq X \leq x_D) = E(X^2 | x_l \leq X \leq x_D) - \left( E(X | x_l \leq X \leq x_D) \right)^2$$

Actuando de la misma manera que con la esperanza matemática, obtenemos el siguiente resultado,

**VII.6. Variable aleatoria: Weibull con un parámetro**

Esta variable es conocida con el nombre de Rayleigh.

VII.6.1. Rayleigh truncada a la izquierda en  $x_l$

El momento ordinario de orden  $k (k \geq 1)$  es:

Dado que, la integral que hay que resolver para la deducción de la esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda en  $x_I$ , presenta cierta dificultad de cálculo —en el sentido que no es tan trivial como las otras— procedemos a su deducción de la forma más simplificada posible.

$$\begin{aligned}
 E(X|X \geq x_I) &= \int_{x_I}^{+\infty} x \frac{2x e^{-\frac{1}{\theta^2}(x^2-x_I^2)}}{\theta^2} dx = \frac{2e^{-\frac{x_I^2}{\theta^2}}}{\theta^2} \int_{x_I}^{+\infty} x^2 e^{-\frac{x^2}{\theta^2}} dx = \\
 &= \frac{2e^{-\frac{x_I^2}{\theta^2}}}{\theta^2} \lim_{A \rightarrow +\infty} \int_{x_I}^A x x e^{-\frac{x^2}{\theta^2}} dx = \\
 &= \frac{2e^{-\frac{x_I^2}{\theta^2}}}{\theta^2} \left[ -\frac{\theta^2}{2} \lim_{A \rightarrow +\infty} A e^{-\frac{A^2}{\theta^2}} - x_I e^{-\frac{x_I^2}{\theta^2}} + \frac{\theta^2}{2} \lim_{A \rightarrow +\infty} \left( \int_{x_I}^A e^{-\frac{x^2}{\theta^2}} dx \right) \right] = \\
 &= x_I + e^{-\frac{x_I^2}{\theta^2}} \lim_{A \rightarrow +\infty} \int_{x_I}^A e^{-\frac{x^2}{\theta^2}} dx = \\
 &= x_I + e^{-\frac{x_I^2}{\theta^2}} \lim_{A \rightarrow +\infty} \sqrt{2\pi} \int_{x_I}^A \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{\theta^2}} dx = \\
 &= x_I + e^{-\frac{x_I^2}{\theta^2}} \sqrt{2\pi} \lim_{A \rightarrow +\infty} \frac{\theta}{\sqrt{2}} \int_{x_I}^A \frac{1}{\sqrt{2\pi} \frac{\theta}{\sqrt{2}}} e^{-\frac{1}{2} \frac{x}{\theta}} dx = \\
 &= x_I + e^{-\frac{x_I^2}{\theta^2}} \sqrt{2\pi} \frac{\theta}{\sqrt{2}} \lim_{A \rightarrow +\infty} \int_{x_I}^A \frac{1}{\sqrt{2\pi} \frac{\theta}{\sqrt{2}}} e^{-\frac{x}{\theta}} dx = \\
 &= x_I + e^{-\frac{x_I^2}{\theta^2}} \sqrt{2\pi} \frac{\theta}{\sqrt{2}} \lim_{A \rightarrow +\infty} F_{LG, 0, \frac{\theta}{\sqrt{2}}}(A) - F_{LG, 0, \frac{\theta}{\sqrt{2}}}(x_I) =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= x_l + e^{-\frac{x_l^2}{\theta}} \sqrt{2\pi} \frac{\theta}{\sqrt{2}} 1 - F_{LG(0, \frac{\theta}{\sqrt{2}})}(x_l) = \\
&= x_l + e^{-\frac{x_l^2}{\theta}} \sqrt{\pi} \theta 1 - F_{LG(0,1)} \frac{\sqrt{2} x_l}{\theta}
\end{aligned}$$

Por consiguiente,

$$E(X | X \geq x_l) = x_l + e^{-\frac{x_l^2}{\theta}} \sqrt{\pi} \theta 1 - F_{LG(0,1)} \frac{\sqrt{2} x_l}{\theta}$$

### Cálculo del momento central de orden 2

La varianza la calculamos a partir de los momentos respecto al origen de orden 1 y de orden 2.

Dado que, la integral que hay que resolver para calcular el momento respecto al origen de orden 2, no presenta ninguna dificultad ya que, los cambios de variables que hay que hacer son los tradicionales, omitimos su resolución dando el resultado final,

$$E(X^k | X \geq x_l) = \int_{x_l}^{\infty} x^k \frac{e^{-\frac{x^2}{\theta}}}{\theta^2 1 - e^{-\frac{x_l^2}{\theta}}} dx$$

Sustituyendo el momento respecto al origen de orden 1 y de orden 2 en la fórmula de la varianza, obtenemos —sin dificultad— el resultado final de la varianza de la variable aleatoria X truncada a la izquierda en  $x_l$ ,

$$V(X | X \geq x_l) = \theta^2 - e^{-\frac{x_l^2}{\theta}} \sqrt{\pi} \theta 1 - F_{LG(0,1)} \frac{\sqrt{2} x_l}{\theta} - \left( x_l + e^{-\frac{x_l^2}{\theta}} \sqrt{\pi} \theta 1 - F_{LG(0,1)} \frac{\sqrt{2} x_l}{\theta} \right)^2$$

### VII.6.2. Rayleigh truncada a la derecha en $x_D$

En este caso,

### Cálculo de la esperanza matemática

Dado que, el cálculo de la integral que hay que resolver para la deducción de la esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la derecha en  $x_D$ , presenta una gran similitud en los cambios de variables y en la forma de resolverla que la de la esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda en  $x_I$ , para no ser reiterativos, omitimos su resolución dando el resultado final,

$$E(X | X \leq x_D) = \frac{\theta \sqrt{\pi} F_{LG(0,1)} \left( \frac{\sqrt{2} x_D}{\theta} \right) - \frac{1}{2} - x_D e^{-\frac{x_D^2}{\theta^2}}}{1 - e^{-\frac{x_D^2}{\theta^2}}}$$

### Cálculo del momento central de orden 2

La varianza la calculamos a partir de los momentos respecto al origen de orden 1 y de orden 2

$$V(X | X \leq x_D) = E(X^2 | X \leq x_D) - E(X | X \leq x_D)^2$$

Dado que, la integral que hay que resolver para calcular el momento respecto al origen de orden 2, presenta una gran similitud en los cambios de variables y la forma de resolverla que la del momento central de orden 1, para no resultar reiterativos, omitimos su resolución dando ya, el resultado final de la varianza,

VII.6.3. *Rayleigh truncada a la izquierda y a la derecha en  $x_I$  y  $x_D$ , respectivamente.*

$$\{X | x_I \leq X \leq x_D\}$$

En este caso,

## Cálculo del momento respecto al origen de orden 1

Dado que la integral que hay que resolver para la deducción de la esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda en  $x_I$  y a la derecha en  $x_D$  presenta gran similitud en los cambios de variables y en la forma de resolverla que las ya mencionadas, para no resultar reiterativos omitimos su resolución dando el resultado final,

$$E(X | x_I \leq X \leq x_D) = \frac{f_X^*(x_I, x_D) + \theta \sqrt{\pi} F_{LG(0,1)}^*(x_I, x_D)}{e^{-\frac{x_I^2}{\theta}} - e^{-\frac{x_D^2}{\theta}}}$$

donde,

$$f_X^*(x_I, x_D) = x_I e^{-\frac{x_I^2}{\theta}} - x_D e^{-\frac{x_D^2}{\theta}}$$

$$F_{LG(0,1)}^*(x_I, x_D) = F_{LG(0,1)} \left( \frac{\sqrt{2} x_D}{\theta} \right) - F_{LG(0,1)} \left( \frac{\sqrt{2} x_I}{\theta} \right)$$

## Cálculo del momento central de orden 2.

La varianza la calculamos a partir de los momentos respecto al origen de orden 1 y de orden 2

$$V(X | x_I \leq X \leq x_D) = \frac{E(X^2 | x_I \leq X \leq x_D) - [E(X | x_I \leq X \leq x_D)]^2}{\theta^2} = \frac{E(X^2 | x_I \leq X \leq x_D) - \frac{f_X^*(x_I, x_D)^2}{\theta^2}}{\theta^2}$$

Dado que, la integral que hay que resolver para calcular el momento respecto al origen de orden 2 presenta una gran similitud en los cambios de variables y en la forma de resolverla que la del momento respecto al origen de orden 1, para no resultar reiterativos, omitimos su resolución dando ya el resultado final de la varianza,

donde,

## VIII. EJERCICIOS DE APLICACIÓN DE VARIABLES ALEATORIAS TRUNCADAS

Entre las variables aleatorias truncadas que hemos considerado en este artículo, tan sólo vamos a proponer ejercicios de aplicación de la variable de Laplace-Gauss(Normal)

de la de **Weibull**

y de la de **Weibull**

A esta variable se la conoce con el nombre de **Rayleigh**.

Finalmente propondremos dos ejercicios, uno de ellos contemplará la Ley de Laplace-Gauss, la Ley Binomial y el Teorema del Límite Central y otro calcularemos la esperanza matemática truncada a la izquierda en  $x_0$  sin hacer uso de las fórmulas deducidas en este artículo. Mientras que en los tres primeros ejercicios, tan sólo vamos a mostrar en resultado final —ya que las fórmulas para aplicar están contempladas en el artículo— con el fin de que, el lector pueda constatar que ha aplicado correctamente la fórmula a utilizar, en cada caso concreto, en los dos últimos, pondremos de manifiesto las fórmulas obtenidas haciendo uso de nuestra nomenclatura y la aplicación de las mismas a un caso concreto.

### **VIII.1. Ejercicio de la variable de Laplace-Gauss (Normal) truncada a la izquierda y a la derecha**

El peso de los botes producidos en una fábrica de conservas, sigue la Ley de **Laplace-Gauss**. Sabiendo que le 2,5% de los botes son rechazados en el control de pesos, por no alcanzar los 450 grs mínimos requeridos y que otro 4,947%, es rechazado por superar los 550 grs, determinar el peso medio de los botes que pasan el control.

#### **Solución:**

Sustituyendo los valores de:

en la fórmula que nos permite calcular la esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda en 450 y a la derecha en 550 obtenemos,

**VIII.2. Ejercicio de la variable de Weibull truncada a la izquierda y a la derecha en  $x_l$  y  $x_D$ , respectivamente**

$$X \mapsto W(0, 10, 1)$$

Sea  $X$  una variable aleatoria que representa el peso de los diskettes producidos en una fábrica. Se sabe, por experiencia, que la función de densidad de esta variable es,

1. Sabiendo que en el control de pesos se eliminan los diskettes que tienen un peso inferior a  $x_l$  grs y superior a  $x_D$  grs, encontrar una fórmula que nos permita calcular el peso medio de los diskettes que pasan el control en función de  $x_l$  y  $x_D$ .

2. Cuál será el peso medio de los diskettes que pasan el control si se adopta la siguiente estrategia para fijar  $x_l$  y  $x_D$ .

**Estrategia:** los valores  $x_l$  y  $x_D$  que tenemos que elegir, serán el menor y el mayor de una muestra aleatoria simple de tamaño 10, simulada de  $X$  a partir de 10 simulaciones de la distribución uniforme:  $U[0,1]$ .

$$V \mapsto U[0, 1]$$

mediante la siguiente expresión,

$$f_x(x) = \frac{(10) \log \frac{1}{1-U}}{10} e^{-\frac{x}{10}} I_{10,+\infty}^-(x)$$

Los valores extraídos de  $U$  son: 0.78961, 0.76086, 0.80548, 0.58518, 0.89898, 0.28269, 0.38618, 0.79982, 0.58962 y 0.69623.

Tómese con dos decimales el menor y el mayor valor de la muestra simulada de  $X$ .

Solución:

Sustituyendo los valores de  $x_l = 3,32$  y  $x_D = 22,92$ , en la fórmula de la esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda y a la derecha obtenemos,

$$E(X | 3,32 \leq X \leq 22,92) = 10,1065 \text{ grs}$$

**VIII.3. Ejercicio de la variable de Weibull truncada a la izquierda y a la derecha en  $x_l$  y  $x_D$ , respectivamente**

$$X \mapsto W(0, 2, 2)$$

Sea  $X$  una variable aleatoria que representa el tiempo (en meses) de funcionamiento de un aparato eléctrico. Se sabe, por experiencia, que la función de densidad de esta variable es,

1. Sabiendo que el control de calidad elimina aquellos que no alcanzan una duración de dos meses y los que superan una duración de cuatro meses, calcular el tiempo medio de funcionamiento de los que pasan el control.

Solución:

Sustituyendo los valores de  $x_l=2$  y  $x_D=4$  en la fórmula de la esperanza matemática de la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda y a la derecha en  $x_l=2$  y  $x_D=4$ , respectivamente obtenemos,

$$E(X | 2 \leq X \leq 4) = 3,2782 \text{ meses}$$

#### VIII.4. Ejercicio de variable aleatoria de Lplace-Gauss truncada a la izquierda en $b$ + variable Binomial + Teorema del Límite Central

Sea  $X$  una variable aleatoria que representa la vida (en horas) de ciertos tubos electrónicos. Se sabe, por experiencia, que la función de densidad de la variable aleatoria

$$\{X | X > b\}$$

adopta la siguiente forma:

donde :  $a$  y  $b$  son números positivos.

El aparato de que se trata, contiene  $n$  tubos, debiendo estar activos  $n_1 < n$ , de ellos (cualesquiera), como mínimo.

1. Encontrar una expresión que nos permita calcular  $k(a,b)$ .
2. Encontrar una expresión que nos permita calcular la probabilidad de que un tubo siga funcionando después de  $h$  horas.
3. Encontrar una expresión que nos permita calcular la probabilidad de que, después de  $h$  horas de servicio, el funcionamiento del aparato no se haya interrumpido.
4. Calcular los tres apartados para el siguiente caso práctico:

a=80.000; b=200; c=100 tubos; n1=65 tubos y h= 250 horas.

Soluciones teóricas:

1. Cálculo de k(a,b)

$$k(a,b) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2\pi} \sqrt{a}} \frac{1}{1 - F_{LG(0,1)} \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} b \right)}$$

2. Cálculo de la probabilidad de que un tubo siga funcionando después de h horas:

3. Cálculo de la probabilidad de que, después de h horas, de n tubos, n1 sigan funcionando.

Sea J la variable aleatoria que representa el número de tubos que siguen funcionando después de h horas.

$$P(X > h) = \frac{F_{LG(0,1)} \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} \frac{h}{c} \right)}{1 - F_{LG(0,1)} \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} b \right)} = 0.012572$$

5.1. Cálculo de la probabilidad exacta

3.2. Cálculo de la probabilidad aproximada

$$P(n1 \leq J \leq n) \cong F_{LG(0,1)} \left( \frac{n - n p + 0.5}{\sqrt{n p q}} \right) - F_{LG(0,1)} \left( \frac{n1 - n p - 0.5}{\sqrt{n p q}} \right)$$

Soluciones prácticas:

4.1. Cálculo de k(80.000,200)

4.2. Cálculo de  $P(X > 250)$

$$P(X > 250) = \frac{[1 - F_{LG(0,1)}(1.25)]}{[1 - F_{LG(0,1)}(1)]} = \frac{1 - 0.89435}{1 - 0.84134} = \frac{0.10565}{0.15866} = 0.66589$$

4.3.1. Cálculo de la probabilidad exacta

$$P(65 \leq J \leq 100) = \sum_{j=65}^{j=100} \frac{100}{65} (0.66589)^{65} (0.33411)^{35}$$

4.3.2. Cálculo de la probabilidad aproximada

$$P(65 \leq J \leq 100) \cong 0.67003$$

### VIII.5. Ejercicio de la esperanza matemática de una variable aleatoria truncada a la izquierda en $x_0$

Sea  $X$  una variable aleatoria que representa la longitud de una cierta pieza expresada en cms. Se sabe, por experiencia, que la función de densidad de la variable aleatoria  $X$  truncada a la izquierda en  $x_0$  es:

$$g_X(x) = k(x_0) e^{-(x-x_0)^2} I_{[x_0, +\infty[}(x), (x_0 > 0)$$

1. Encontrar una expresión que nos permita calcular

$$k(x_0) \text{ para que } g_X(x)$$

sea una verdadera función de densidad

2. Encontrar una expresión que nos permita calcular

$$E(X | X \geq x_0)$$

sin hacer uso de las fórmulas contempladas en este artículo.

Resolución:

1.

$$\int_{x_0}^{+\infty} k(x_0) e^{-(x-x_0)^2} dx = 1$$

Cálculo de:

$$\begin{aligned}
\int_{x_0}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}(x-1)^2} dx &= \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{2}} \int_{x_0}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2}[\sqrt{2}(x-1)]^2} dx = \\
&= \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{2}} \lim_{A \rightarrow +\infty} \int_{x_0}^A \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2}[\sqrt{2}(x-1)]^2} dx = \\
&= \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{2}} \lim_{A \rightarrow +\infty} F_{LG, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}}(A) - F_{LG, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}}(x_0) = \\
&= \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{2}} \left( 1 - F_{LG(0,1)}[\sqrt{2}(x_0 - 1)] \right)
\end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$k(x_0) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\left( 1 - F_{LG(0,1)}[\sqrt{2}(x_0 - 1)] \right)}$$

De lo que se deduce que, la función de densidad de la variable aleatoria X truncada a la izquierda en  $x_0$  es:

$$E(X | X \geq x_0) = \frac{\int_{x_0}^{+\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2}[\sqrt{2}(x-1)]^2} dx}{\left( 1 - F_{LG(0,1)}[\sqrt{2}(x_0 - 1)] \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{x_0}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}[\sqrt{2}(x-1)]^2} dx}, \quad (x_0 > 0)$$

2. Cálculo de:

Por consiguiente, procederemos a calcular la integral contenida en esta expresión haciendo uso de un simple cambio de variable y de las propiedades de la función de distribución y, finalmente susutuiremos el resultado en dicha expresión.

$$\begin{aligned}
&\int_{x_0}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2}} x e^{-\frac{1}{2}[\sqrt{2}(x-1)]^2} dx = \\
&= \int_{\sqrt{2}(x_0-1)}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{t}{\sqrt{2}} \right) e^{-\frac{t^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} dt =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{\sqrt{2}(x_o-1)}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \int_{\sqrt{2}(x_o-1)}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{2}} t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \\
&= \lim_{A \rightarrow +\infty} \left( F_{LG(0,1)}(A) - F_{LG(0,1)}[\sqrt{2}(x_o-1)] \right) - \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{2}} \lim_{A \rightarrow +\infty} e^{-\frac{A^2}{2}} - e^{-\frac{1}{2}(\sqrt{2}(x_o-1))^2}
\end{aligned}$$

De lo que se desprende que:

$$E(X | X \geq x_o) = 1 + \frac{1}{2} \frac{f_X(x_o; 1, \frac{1}{\sqrt{2}})}{(1 - F_{LG(0,1)}[\sqrt{2}(x_o-1)])}$$

**Conclusiones:** dado que el interés práctico que conlleva el cálculo de las esperanzas matemáticas y de las varianzas de variables aleatorias truncadas en el cálculo del **coeficiente de desigualdad** y en especial en el **control estadístico de la calidad** es evidente y, que no hemos encontrado apenas libros o apuntes de cátedra que desarrolle dicho tema, hemos considerado oportuno realizar una aportación sobre el mismo con nuestra propia nomenclatura. Aunque dicha publicación tan sólo contempla el cálculo de la esperanza matemática y varianza de variables aleatoria truncadas a la izquierda, a la derecha y a la izquierda y a la derecha de un conjunto de variables aleatorias muy restringido consideramos que puede ser una primera aproximación para futuras publicaciones que contengan otras Leyes con diversas aplicaciones.

## BIBLIOGRAFÍA EN ORDEN CRONOLÓGICO DE LIBROS DE CÁLCULO DE PROBABILIDADES UTILIZADOS EN ESTE ARTÍCULO

- (1) L Chambadel (1970). *Mathématiques. 3.éléments de calcul des probabilités. Deuxième Édition. Dunod.*
- (2) Yves Lapage.,Marc Moore.,Roc Roy (1975). *Introduction à la théorie des probabilités. Les Presses de l'Université du Québec.*
- (3) Edouard.B.Manoukian (1986). *Guide de Statistique Appliquée. Hermann, éditeurs des sciences et des arts. Paris*
- (4) Nicolas Bouleau (1986). *Probabilités de l'ingénieur. Variables aléatoires et simulation. Hermann, Paris.*
- (5) Christian Leboeuf.,Jean Louis Roque., Jean Guégand (1987). *Cours de probabilités et de statistiques. 2 ème édition. Ellipses. Edition marketing. Editeur des preparations grandes écoles medecine. Paris.*
- (6) Jean Guégand.,Marie-Anne Maingueneau (1987). *Exercices de probabilités. Ellipses. Edition Marketing. Editeur des preparations grandes écoles medecine. Paris*
- (7) Edward J.Dudewicz.,Satya N Mishra (1988). *Modern Mathematical Statistics. John Wiley & Sons,Inc.,New York. London.Sydney.*

- (8) Philippe Tassi., Sylvia Legait (1990). Théorie des probabilités en vue des applications statistique. Editions Technip.
- (9) Jean-Thierry Lapreté & coll (1991). Probabilités.92 exercices corrigés. Dunod Université.
- (10) D.Perret-Gentil.,S.Roverato (1991). Les probabilités à l'étude des grandes écoles commerciales. Corrigés des exercices posés aux concours H.E.C/E.S.C.P. Ellipses. Edition Marketing. Editeur des préparations grandes écoles médecine. Paris.
- (11) Merran Evans.,Nicholas Hastings.,Brian Peacock (2000). Statistical Distributions. Thrid Edition. A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons,Inc.

### **BIBLIOGRAFÍA EN ORDEN CRONOLÓGICO DE LIBROS Y APUNTES DE CÁTEDRA QUE CONTIENEN VARIABLES ALEATORIAS TRUNCADAS**

- (12) Norman L.Johnson., Fred C.Leone (1964). Statistics and Experimental Desing in Engineering and the Physical Sciences. Volume I. John Wiley & Sons,Inc.
- (13) Gérard Calot (1967). Cours de calcul de probabilités. Dunod Décision.
- (14) Gérard Calot (1967). Exercices de calcul de probabilités. Dunod Décision.
- (15) Albert Krief., Shemaya Lèvy (1972). Calcul de probabilités. Exercices. Hermann. Paris.
- (16) A.K. Shahani., P.K.Nandi (1975). Estadística 1. Probabilidad y distribuciones de probabilidad. Volumen 11. Editorial Limusa, Mexico.
- (17) Enrique Castillo (1978). Introducción a la Estadística Aplicada. Tomo 1. Edificio NORAY. Carretera del faro,s/n. Santander.
- (18) Manuel Jimenez Montesinos., Rafael Olivares Lopez (1978). Problemas y cuestiones de Estadística teórica y aplicada. Fundamentos Matemáticos y variable aleatoria unidimensional. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Madrid. Servicio de Publicaciones.
- (19) Rafael Romero Villafranca (1984). Problemas de Estadística. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de Valencia. Servicio de Publicaciones.
- (20) Juan Ignacio Domínguez Martínez (1989). Problemas y fundamentos de la Teoría de la Probabilidad. Universidad de Málaga (colección manuales,nº1).
- (21) Nathalie Caron.,Philippe Tassi (1991). Problèmes resolut de statistique mathématique. Economica.
- (22) José Maria Sarabia Alegria (2000). Curso práctico de Estadística. Segunda edición. Civitas Ediciones.S.L.
- (23) Juan Ignacio Domínguez Martínez (2001). Diseño y análisis de modelos de probabilidad. Grupo Editorial Iberoamérica.



## **NORMAS PARA LA PRESENTACIÓN DE ORIGINALES**

1. **PRESENTACIÓN:** De cada trabajo se enviará a la Real Academia de Doctores de España un texto original con una extensión de entre quince y veinticinco hojas en Din A-4 a doble espacio. Se acompañará de un disquete de ordenador correspondiente al texto.
2. **BIBLIOGRAFÍA:** Las citas bibliográficas irán al final del original, correlativamente numeradas, por orden de aparición en el texto.  
**NOTAS:** Las notas irán a pie de página.
3. **PRUEBAS:** Deberán devolverse debidamente corregidas, en un plazo máximo de ocho días a partir de la fecha de envío.
4. **SEPARATAS:** Cada autor recibirá 30 separatas de su artículo.
5. **PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA:** Todos los artículos publicados en los Anales de la Real Academia de Doctores se publicarán también en la página de internet de la Academia: <http://www.radoctores.es>.

Para cualquier aclaración pueden dirigirse a la encargada de publicaciones de la Academia, Ángela García en el teléfono 91 532 00 69, fax 91 524 00 27, correo electrónico [rad@radoctores.es](mailto:rad@radoctores.es)